

Legyen a  $C$  csúcshoz tartozó magasság- és súlyvonal talppontja  $T$  és  $F$ , a háromszög köré írt kör középpontja pedig  $O$ . Az  $A$  és  $B$  csúcsnál lévő szögek hegyesszögek, mert a  $C$ -hez tartozó magasságvonal a háromszög belsejében halad. A szimmetria miatt feltehetjük, hogy  $CA < CB$  ( $CA = CB$  esetén a magasság- és a súlyvonal egybeesne), amiből  $\angle CAB > \angle CBA$  következik.

A feladat állítása szerint  $\angle ACT = \angle FCB$ , másrészt  $\angle ACT = \angle OCB$  (ha a  $CT$ , illetve  $CO$  egyeneseknek a körülírt körrel való második metszéspontja  $T'$ , illetve  $O'$ , akkor Thalész tétele miatt  $\angle CT'O' = 90^\circ$ , vagyis  $T'O' \parallel AB$ , tehát a körülírt kör  $AT'$  és  $O'B$  ívei egyenlők, ezért a hozzájuk tartozó kerületi szögek is egyenlők), vagyis a  $C$ ,  $O$  és  $F$  pontok egy egyenesen vannak. De  $O$  rajta van az  $AB$ -re  $F$ -ben állított merőlegesen, amin  $CA < CB$  miatt  $C$  nincs rajta, ezért  $O$  egybeesik  $F$ -fel. Ekkor viszont Thalész tétele miatt  $\angle ACB = 90^\circ$ , ezért  $\angle CAB = 90^\circ - \angle ACT = 90^\circ - \frac{1}{3}\angle ACB = 60^\circ$ .

Tehát a feladat feltételeinek csak a  $60^\circ$  és  $30^\circ$ -os hegyesszögekkel rendelkező derékszögű háromszög felelhet meg, és könnyen látható, hogy az valóban jó is. Azaz a kérdéses háromszögben az oldalak aránya  $2 : \sqrt{3} : 1$ .

*Kovács Balduin* (Fazekas, M. Főv. Gyak. Gimn., II. o. t.)