Vektorok segítségével végezzük el a szerkesztést. Tekintsük a feladatot megoldottnak. Egy tetszőleges O pontból indítsunk helyvektorokat az A_i és a H_i pontokhoz, jelöljük ezeket a megfelelő kisbetűkkel. Ekkor a harmadolópont helyvektorára vonatkozó összefüggés alapján felírhatjuk a következő négy egyenletet:

$$\mathbf{h}_1=\frac{2\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2}{3},\quad \mathbf{h}_2=\frac{2\mathbf{a}_2+\mathbf{a}_3}{3},\quad \mathbf{h}_3=\frac{2\mathbf{a}_3+\mathbf{a}_4}{3},\quad \mathbf{h}_4=\frac{2\mathbf{a}_4+\mathbf{a}_2}{3}. \tag{1}$$

Ezekből egyszerű számolással adódik, hogy $\mathbf{a}_1=\frac{1}{5}(8\mathbf{h}_1-4\mathbf{h}_2+2\mathbf{h}_3-\mathbf{h}_4)$.

Ezek után a szerkesztés menete: Tetszőlegesen felvesszük az O pontot. A $\mathbf{h}_i$ vektorok ismeretében megszerkesztjük az $\mathbf{a}_1$ vektort és így az A_1 pontot. A_1 és H_1 ismeretében A_2, majd ezután A_3 és A_4 úgy kapható, hogy az A_iH_i szakaszt A_i-ből háromszorosára nagyítjuk.

Az így megszerkesztett $A_1A_2A_3A_4$ pontnégyes megfelelő szakaszainak a H_i pontok mindig harmadolópontjai lesznek, mert a szerkesztésből következően teljesülni fog az (1) egyenletrendszer. Előfordulhat azonban, hogy az A_i pontok nem alkotnak valódi négyszöget. A feladatnak tehát vagy 1, vagy 0 megoldása van.

Megjegyzés. Egy szerkesztési feladatnak az előző — vektorokat használó — megoldása talán egy kicsit szokatlan, de esetünkben a legegyszerűbb. Egy másik megoldás vázlata a következő:

Jelöljük a $H_1H_2H_3H_4$ négyszög H_iH_{i+1} oldalának H_{i+1}-hez közelebbi harmadolópontját B_i-vel (l. az *ábrát*). az $A_1A_2A_3A_4$ négyszög A_iA_{i+1} oldalának H_I-től különböző harmadolópontját pedig C_i-vel. Belátható, hogy $C_2H_3 \parallel B_1B_3$ és $C_2H_1 \parallel B_2B_4$. Így C_2, s utána az $A_1A_2A_3A_4$ négyszög egyszerűen megszerkeszthető.

Makai Márton (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o. t.)