Jelöljük a háromszög befogóit a-val és b-vel, úgy választva a betűzést, hogy $a \leq b$; az átfogó legyen c, a hozzá tartozó magasság m_c.

Az a oldalhoz tartozó súlyvonal Pitagorasz tétele szerint $\sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}}$. A háromszög területét kétféleképpen felírva kapjuk, hogy $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}cm_c$, vagyis $m_c = \frac{ab}{c} = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$. Bizonyítandó állításunk tehát így írható:

$$\sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}} \geq \frac{3}{2} \cdot \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Négyzetre emelve és rendezve:

$$\left(4b^2 + a^2\right)\left(a^2 + b^2\right) \geq 9a^2b^2.$$

Tovább alakítva:

$$4b^4 + a^4 - 4a^2b^2 = \left(2b^2 - a^2\right)^2 \geq 0.$$

Mivel ez az egyenlőtlenség nyilván teljesül, és ekvivalens átalakításokat végeztünk, azért a feladat állítását bebizonyítottuk.

Megjegyzés. A megoldás során nem használtuk fel, hogy $a \leq b$, tehát az állítás mindkét befogóhoz tartozó súlyvonal esetén igaz.

Kiss Márton (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján