

A hatszög körbe írt, tehát konvex. Húzzunk az A , C és E csúcsokon át párhuzamosokat az EF és BC , AB és ED , illetve AF és CD oldalegyenesekkel. E három egyenes páronkénti metszéspontjai a konvexitás miatt az ACE háromszög belső pontjai lesznek. Jelöljük a metszéspontokat az *ábrán* látható módon B' , D' , és F' -vel.

A egyenesek párhuzamossága miatt $AEF\Delta \cong AEF'\Delta$, $ABC\Delta \cong AB'C\Delta$ és $CDE\Delta \cong CD'E\Delta$. Ezért az $ABCDEF$ hatszög T területe:

$$\begin{aligned} T &= T_{AEF} + T_{AEF'} + T_{ABC} + T_{AB'C} + T_{CDE} + T_{CD'E} + T_{B'D'F'} = \\ &= 2T_{AEF'} + 2T_{AB'C} + 2T_{CD'E} + T_{B'D'F'} = 2T_{ACE} - T_{B'D'F'}. \end{aligned}$$

Feltételünk szerint $T = 2T_{ACE}$, vagyis $T_{B'D'F'} = 0$, tehát a B' , D' és F' pontok egybeesnek. Ez azt jelenti, hogy $AF' = AB'$, így az említett egybevágó háromszögek miatt $EF = AF' = AB' = BC$, és ugyanígy $AB = ED$, valamint $AF = CD$.

Ezzel a feladat állítását beláttuk.

Megjegyzés. A megoldás során nem használtuk ki, hogy a hatszög körbe írható, csak azt, hogy konvex.

Tóth Gábor Zsolt (Budapest, Árpád Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján

A beküldők közül sokan akár a párhuzamosok behúzásával, akár a tükrözéssel létrejött B' , D' és F' pontokat indokolatlanul eleve egyetlen pontnak tekintették, ezért lett sok hibás dolgozat.

