Tekintsünk egy tetszőleges $x_1, x_2, \ldots, x_n$ szám n-est, amelyre $-1 \leq x_i \leq 1$ teljesül, $i = 1, 2, \ldots, n$. Jelölje az $x_1x_2 + x_1x_3 + \ldots x_{n-1}x_n$ kifejezést S. Megmutatjuk, hogy az S értéke nem nő, ha az x_i-ket alkalmas módon 1 abszolút értékűvé tesszük. Kigyűjtve ugyanis az x_1-es tagokat

$$S = x_1\left(x_2 + x_3 + \cdots + x_n\right) + x_2x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n,$$

s ha $x_2 + x_3 + \cdots + x_n \geq 0$, akkor az $x_1^* = -1$ választással az S helyett kapott S^* összege $S^* \leq S$ míg $x_2 + x_3 + \cdots + x_n < 0$ mellett $x_1^* = +1$ esetén lesz $S^* \leq S$. Ezután ugyanezt elvégezzük sorra x_2-vel, x_3-mal, ..., x_n-nel.

Mindezek alalpján a minimum keresésekor feltehetjük, hogy $|x_i| = 1$ teljesül $i = 1, 2, \ldots, n$ esetén, hiszen biztos, hogy ilyen alakú szám-n-esek esetén *is* felveszi S a minimumát. Írjuk S-et a következő alakban:

$$S = \frac{\left(x_1 + x_2 + \cdots + x_n\right)^2 - \left(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2\right)}{2}.$$

Itt $\left(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2\right) = n$, vagyis

$$S = \frac{\left(x_1 + x_2 + \cdots + x_n\right)^2}{2} - \frac{n}{2} \geq -\frac{n}{2},$$

egyenlőség pontosan akkor áll, ha $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 0$. Ez páros n esetén el is érhető, az x_i-k közül $n/2$ értéke legyen $+1$, a többié pedig -1. Páratlan n esetén $|x_1 + x_2 + \cdots + x_n| \geq 1$, azaz

$$S \geq \frac{1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1-n}{2},$$

és ez már elérhető: eggyel több $+1$-es számot veszünk, mint -1-est.

A keresett legkisebb érték páros n-re $-\dfrac{n}{2}$, páratlanra pedig $\dfrac{1-n}{2}$.

Fejes Tóth Péter (Budapest, Árpád Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján