A feladatot kicsit általánosabban oldjuk meg. Legyen G a pozitív egészek egy véges részhalmaza, k pedig egy pozitív egész szám. A kérdés ekkor így fogalmazható meg: legfeljebb hány eleme lehet a G halmaz egy olyan H részhalmazának, amelyre igaz az, hogy egyetlen H-beli elem k-szorosa sincs H-ban.

Nevezzük alapszámoknak G azon elemeit, amelyek k-adrésze nincs G-ben. Ezekből az összes többi elemet is megkaphatjuk egy alkalmas k-hatvánnyal való szorzás eredményeként. Így olyan láncokat képezhetünk G-ben, amelyekben az első helyen alapszám áll, majd utána annak k-, k^2-, ..., k^i-szerese. Nyilvánvaló, hogy egy ilyen lánc két szomszédos eleme nem lehet egyszerre H-ban; sőt ez egyenértékű a H-ra megkívánt feltétellel. H akkor áll tehát a legtöbb elemből, ha minden láncból a lehető legtöbb számot tartalmazza.

Egy $2l+1$ hosszúságú láncnál a 2. és 3., 4. és 5., ..., $2l$. és $(2l+1)$. számok közül egyet-egyet biztosan ki kell hagyni H-ból, vagyis legfeljebb $l+1$ szám maradhat meg a láncból. Annyi viszont meg is maradhat: az 1., 3., ..., $2l+1$. Egy $2l$ hosszú láncnál az 1. és 2., 3. és 4., ... $(2l-1)$. és $2l$. közül kell egyet-egyet kihagyni, azaz legfeljebb l maradhat meg, ami azonban el is érhető, például a 2., 4., ..., $2l$. választásával.

Számoljuk meg, hány eleme van az így elkészített H-nak. A páros hosszúságú láncok elemszámát jelölje $l_1, l_2, \ldots, l_s$, a páratlanokét $t_1, t_2, \ldots, t_r$. Ekkor H elemeinek száma

$$|H| = \frac{l_1}{2} + \frac{l_2}{2} + \cdots + \frac{l_s}{2} + \frac{t_1+1}{2} + \frac{t_2+1}{2} + \cdots + \frac{t_r+1}{2}.$$

Azonban G elemszáma

$$|G| = l_1 + l_2 + \cdots + l_s + t_1 + t_2 + \cdots + t_r,$$

azaz H elemszámára

$$|H| = \frac{l_1 + l_2 + \cdots + l_s + t_1 + t_2 + \cdots + t_r}{2} + \frac{r}{2} = \frac{|G|+r}{2}.$$

Tekintsük most eredeti feladatunkat, ahol $k=10, G=\{1,2,\ldots,100\}$. Határozzuk meg a láncokat:

1) az 1–10 –100 egy háromelemű lánc

2) a 2 – 20; 3 – 30; ... 9 – 90 kételemű láncok összesen 8

3) a maradék $100-16-3=81$ szám egyelemű láncokat alkot.

Tehát $|G|=100, r=81+1=82$, azaz a kérdésre a válasz $\frac{182}{2}=91$. Egy lehetséges H halmaz például az $\{1,2,\ldots,100\}-\{2,3,\ldots,10\}$.

Burcsi Péter (Pápa, Türr István Gimn., II. o. t) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az általános esetre vonatkozó gondolatmenetben megadtunk egy H-t, amiről láttuk, hogy nincs nála több elemmel rendelkező és a feltételeket is teljesítő H'. Arról viszont szó sincs, hogy vele megegyező méretű H' ne létezhetne. A páratlan láncokból a kiválasztás egyértelmű, ám a páros láncoknál több lehetőség is van. Például a már leírt $2., 4., \ldots, 2l.$ helyett az $1., 3., \ldots, (2l-1)$; vagy $1., 4., 6., \ldots, 2l.$ Általában egy $2l$ hosszú láncból $(l+1)$-féleképpen tehetjük ezt meg. Ennek bizonyítása történhet teljes indukcióval. Az $l=1$ esetre nyilvánvaló: vagy az 1., vagy a 2. vehető. Vizsgáljuk n-ről $n+1$-re. Ha a $(2n+1)$-ediket választottuk, előtte már csak a $(2n-1)., (2n-3)., \ldots, 3., 1.$ lehet, ez 1 lehetőség. Ha a $(2n+2)$-ikat választottuk, akkor az $1., 2., \ldots, 2n.$ közül az $l=n$ esetnek megfelelően $(n+1)$-féleképpen vehetők hozzá az elemek. Mivel a $(2n+1., 2n+2.)$ párból mindenképpen kellett egyet választanunk, azért ez az összes lehetőség, vagyis szám szerint $n+2$, éppen amint állítottuk.