Legyen $a_0=1,\ a_1=1+x_1,\ a_2=1+x_1+x_2,\ \ldots,\ a_n=1+x_1+\ldots+x_n=2$. Így

$$s=\max\left(\frac{a_1-a_0}{a_1},\frac{a_2-a_1}{a_2},\ldots,\frac{a_n-a_{n-1}}{a_n}\right)=\max\left(1-\frac{a_0}{a_1},\ldots,1-\frac{a_{n-1}}{a_n}\right)=$$
$$=1-\min\left(\frac{a_0}{a_1},\ldots,\frac{a_{n-1}}{a_n}\right).$$

Mivel pozitív számokról van szó, azért a minimumuk nem nagyobb a mértani középüknél, azaz

$$s\ge 1-\sqrt[n]{\frac{a_0}{a_1}\cdot\frac{a_1}{a_2}\cdot\ldots\cdot\frac{a_{n-1}}{a_n}}=1-\sqrt[n]{\frac{a_0}{a_n}}=1-\sqrt[n]{\frac{1}{2}}.$$

Tehát

$$s\ge 1-\sqrt[n]{\frac{1}{2}}.$$

Ezt az értéket viszont fel is veszi, méghozzá pontosan akkor, ha

$$\frac{a_0}{a_1}=\frac{a_1}{a_2}=\ldots=\frac{a_{n-1}}{a_n},$$

vagyis ha az a_i számok egy mértani sorozat egymást követő elemei. Az $a_0=1,\ a_n=2$ választás miatt ez azt jelenti, hogy

$$a_0=1,\quad a_1=\sqrt[n]{2},\quad a_2=\sqrt[n]{2^2},\quad \ldots,\quad a_n=2,$$

amiből

$$x_1=\sqrt[n]{2}-1,\ x_2=\sqrt[n]{2^2}-\sqrt[n]{2},\ \ldots,\ x_k=\sqrt[n]{2^k}-\sqrt[n]{2^{k-1}},\ \ldots,\ x_n=2-\sqrt[n]{2^{n-1}}.$$

Ezzel a feladat mindkét kérdését megválaszoltuk.

Koblinger Egmont (Főv. Fazekas M. Gyak. Gimn. II. o. t.)
dolgozata alapján