

Jelöljük  $n$ -nel a medvék számát. A feladat állítását  $n$  szerinti teljes indukcióval bizonyítjuk. Az  $n = 1$  esetben nincs mit bizonyítani. Az  $n = 2, 3, 4$  esetekben pedig legfeljebb 2 medvéből álló csoportokba osztva őket, az állítás nyilván fennáll.

Tekintsük most az indukciós lépést: tegyük föl, hogy  $n - 1$  medvét már beosztottunk és tekintsük az  $n$ -ediket. Tegyük abba a csoportba, ahol legfeljebb egy haragosa van. Ha itt egy haragosa sincs, akkor már készen is vagyunk: az  $n$ -edik medve egyetlen haragosával sincs egy csoportban, a többiek pedig ugyanannyival, ahánnyal az  $n$ -edik medve megjelenése előtt is voltak, vagyis legfeljebb 1-gyel.

Vizsgáljuk most azt az esetet, ha volt haragosa abban a csoportban, jelölje ezt  $B$ . A csoportbeosztás akkor romolhatott el, ha  $B$ -nek már ezelőtt is volt haragosa a csoportban. Ekkor  $B$ -t tegyük át a másik csoportba, ott neki már legfeljebb egy haragosa lehet. Ám előfordulhat, hogy most ezzel a harmadik medvével történik meg az, ami az előbb  $B$ -vel, ekkor őt is áttesszük; és így tovább.

Eddigi módszerünket a következőképpen foglalhatjuk össze. Első lépésben elhelyezzük az  $n$ -edik medvét. A  $k$ -edik lépésben pedig ( $k = 2, 3, \dots$ ) áthelyezzük azt a medvét, amellyel a  $(k - 1)$ -edik lépés után 2 haragosa is azonos csoportban van. Mivel a  $(k - 1)$ -edik lépésben odakerült medvének az új csoportban csak egy haragosa lehet, és csak ez lehet az a medve, akit a  $k$ -adikban át kell helyezni, azért ez a lépés tényleg egyértelmű. Most már csak azt kell megmutatni, hogy az eljárás véget ér.

Tekintsük azokat a medvepárokat, akik haragban vannak egymással, de nincsenek ugyanabban a csoportban. Egy lépés során az ilyen párok száma nő. Valóban: az áthelyezett medve a lépés előtt legfeljebb egy párban szerepelt, utána viszont legalább kettőben; a többi pár pedig nem változott. Mivel összesen véges sok medvepár van, azért az eljárás szükségképpen véget ér és éppen egy megfelelő elosztást szolgáltat.

*Kiss Márton* (Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn. I. o. t.)  
dolgozata alapján