Jelölje a számokat $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$, törtrészeiket pedig rendre $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$. Utóbbiak nyilván a $[0,1)$ intervallumba esnek, továbbá feltehető, hogy

$$a_1 \le a_2 \le \ldots \le a_n. \tag{1}$$

Legyen l a legkisebb olyan index, amelyre

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_l > \frac{n+1}{n} \tag{2}$$

Ha ilyen index nem létezik, akkor a számokat lefelé gömbölyítjük; máskülönben az első $(l-1)$-et lefelé, a többit fölfelé.

Nyilvánvaló, hogy néhány szám összege akkor tér el legjobban a gömbölyítettjeik összegétől, ha úgy választottuk meg őket, hogy ugyanabba az irányba vannak gömbölyítve, s az összes ilyen számot kiválasztottuk. Amennyiben tehát az előbbi tulajdonságú l index nem létezik, már készen is vagyunk, ugyanis

$$\left|\sum_1^n x_i - \sum_1^n (x_i - a_i)\right| = \sum_1^n a_i \le \frac{n+1}{4}.$$

Egyébként pedig azt kell megmutatnunk, hogy a lefelé, valamint a fölfelé gömbölyített számokra teljesül a feltétel, azaz

$$\left|\sum_1^{l-1} x_i - \sum_1^{l-1} (x_i - a_i)\right| = \sum_1^{l-1} a_i \le \frac{n+1}{4}, \tag{3}$$

valamint

$$\left|\sum_l^n x_i - \sum_l^n (x_i + 1 - a_i)\right| = \sum_l^n (1 - a_i) \le \frac{n+1}{4}. \tag{4}$$

Ebből (3) nyilvánvaló, tekintettel a (2) feltételre. Mindössze (4)-et kell igazolni. Azonban (1) és (2) miatt

$$\frac{n+1}{4} < a_1 + a_2 + \ldots + a_l \le l \cdot a_l,$$

így

$$\frac{n+1}{4l} < a_l \le a_{l+1} \le \ldots \le a_n,$$

amiből

$$\begin{aligned} \sum_l^n (1 - a_i) \le (n+1-l)(1-a_l) < (n+1-l)\left(1 - \frac{n+1}{4l}\right) = \\ = \frac{n+1-l}{4l}(4l - n - 1). \end{aligned} \tag{5}$$

(5) jobb oldala viszont legfeljebb $\frac{n+1}{4}$, hiszen ekvivalens átalakításokkal

$$\begin{aligned} \frac{n+1-l}{4l}(4l-n-1) &\le \frac{n+1}{4}, \\ (n+1-l)(4l-n-1) &\le l(n+1), \\ -(n+1)^2 + 4l(n+1) - 4l^2 &\le 0, \\ -(n+1-2l)^2 &\le 0 \end{aligned}$$

adódik, ami igaz. Ezzel az állítást beláttuk. A korlátként szereplő $\frac{n+1}{4}$ általában nem javítható, amit az

$$n = 2k+1, \quad x_1 = x_2 = \ldots = x_n = \frac{1}{2}$$

választás mutat.