

Osszuk föl a (nyílt) pozitív félsíkot az *ábra* szerinti módon. (Sem az I, sem a II jelzésű rész nem tartalmazza saját határát.)

1993-11-389-1.eps

A továbbiakban az  $(x, y) \rightarrow (x + 1, y - 1)$  típusú lépést kis lépésnek, míg a másikat nagynak nevezzük. Ha a kengurunak módjában áll egy nagy lépést megtenni, akkor utána biztosan tud öt kicsit lépni, melynek eredményeképpen az  $(x, y)$  pontból az  $(x, y + 2)$  pontba juthat. Ezután ismét léphet nagyot: kezdetben ugyanis akkor léphetett ilyet, ha az  $x > 5$  fönnállt, és ez az új helyzetben is fennmaradt. Ilyen ciklusok segítségével tehát az origótól mért távolságát tetszőlegesen nagyra növelheti.

Tekintsük most az I jelzésű síkrészt. Ebbe azon  $(x, y)$  pontok tartoznak, amelyekre  $x + y > 6$ . Ha  $x > 5$  is teljesül, akkor a leírt módon a kenguru tetszőlegesen messzire eljuthat. Ha  $x \leq 5$ , akkor néhány kis lépéssel elérhető, hogy  $6 \geq x > 5$  legyen, s eközben  $y > 0$  marad. Innen pedig a már látott módon haladhat tovább.

A II. síkrészből viszont, ahol  $x + y < 5$  a pontok jellemzője, nem tud kijutni a kenguru: itt csak kicsit léphet, s egy kis lépés során a helykoordináták összege nem változik, vagyis 5-nél kisebb marad.

A vízszintes sávozású kis háromszögek közül a legalsó belsejében ismét teljesül az  $x > 5, y > 0$  feltétel, így innen a kenguru tetszőlegesen messzire eljuthat. Ugyanez igaz a háromszög átlójának belső pontjaira is. A felső háromszögekből nagy lépés nem tehető, a kis lépések pedig az alsó háromszögbe vezetnek; vagyis azoknak is a belseje, valamint átfogójuk belső pontjai tartoznak a keresett pontok közé.

A függőleges sávozású háromszögekből szintén csak kis lépések tehetőek, melyek a legalsó ilyen helyzetű háromszögbe vezetnek. Onnan viszont már egyetlen lépés sem tehető. Ugyanez mondható ezúttal a háromszögek határvonalán levő pontokra is.

Összefoglalva tehát, a keresett pontok az I jelű síkrészben, a vízszintes sávozású háromszögek belsejében, valamint ezen háromszögek átfogóinak belsejében helyezkednek el.

*Megjegyzés.* Kicsit más a helyzet, ha a pozitív síknegyedre zártan tekintjük (azaz az  $x \geq 0, y = 0$ , valamint az  $x = 0, y \geq 0$  pontokat is bele vesszük). Ekkor a vízszintes sávozású háromszögek oldalain levő összes pont is a keresettek közé tartozik, továbbá az I. síkrész határa is.