

Minden $p > 5$ prímszámra érvényes a

$$2 < \frac{p-1}{2} < p-1$$

becslés, ami azt jelenti, hogy a 2 , $(p-1)/2$, $p-1$ egész számok egymástól különböznek, és mindegyikük előfordul az $1, 2, \dots, p-1$ számok között. Így

$$(p-1)^2 = \left(2 \cdot \frac{p-1}{2} \cdot (p-1)\right) \mid (p-1)!$$

Ha valamely $p > 5$ prímszám és m természetes szám esetén

$$(p-1)! + 1 = p^m$$

teljesülne, akkor abból $(p-1)^2 \mid (p^m - 1)$ következne. Mindkét oldalt $(p-1)$ -gyel osztva azt kapnánk, hogy

$$(1) \quad p-1 \mid p^{m-1} + \dots + p + 1,$$

a jól ismert

$$p^k - 1 = (p-1)(p^{k-1} + \dots + p + 1)$$

azonosság alapján.

Ugyanebből az azonosságból az is következik, hogy $(p-1) \mid (p^k - 1)$, vagyis

$$p^k \equiv 1 \pmod{p-1}, \quad \text{ha } k = 0, 1, 2, \dots;$$

ezért

$$p^{m-1} + p^{m-2} + \dots + p + 1 \equiv m \pmod{p-1},$$

(1) szerint ekkor $(p-1) \mid m$.

Tehát szükségképpen $m \geq p-1$, ezért

$$p^m \geq p^{p-1} > (p-1)^{p-1} > (p-1)! = p^m - 1, \quad \text{ellentmondás.}$$