Az a, b, c, d számok közül legalább az egyik nullától különböző, hiszen $a = b = c = d = 0$, $m \neq 0$ esetén az egyenletrendszernek nincs megoldása. Feltehető tehát, hogy például $a \neq 0$.

Ekkor az első egyenletből

$$x = \frac{m - by}{a}, \tag{1}$$

ezt a második egyenletbe helyettesítve, majd rendezve

$$y(cb - ad) = cm - an.$$

Tegyük föl először, hogy $cb - ad = 0$, ekkor $m = 0$, $n = a$ esetén $y \cdot 0 = -a^2$, aminek nincs megoldása; vagyis $cb - ad \neq 0$.

Így

$$y = \frac{cm - an}{cb - ad}, \tag{2}$$

majd ezt (1)-be visszaírva:

$$x = \frac{m - \dfrac{bcm - ban}{cb - ad}}{a} = \frac{mcb - mad - mcb + ban}{a(cb - ad)} = \frac{a(bn - md)}{a(cb - ad)} = \frac{bn - md}{cb - ad}. \tag{3}$$

Az $n = 0$ és $m = 1$, illetve $m = 0$ és $n = 1$ esetekben a megoldásokat rendre $x_1,\ y_1,\ x_2,\ y_2$-vel jelölve,

$$x_1 = -\frac{d}{cb - ad}, \quad y_1 = \frac{c}{cb - ad}, \quad x_2 = \frac{b}{cb - ad}, \quad y_2 - \frac{a}{cb - ad}$$

adódik. Képezzük az $x_1 y_2 - x_2 y_1$ kifejezést:

$$x_1 y_2 - x_2 y_1 = \frac{ad - cb}{(cb - ad)^2} = -\frac{1}{cb - ad}.$$

A bal oldalon a feltételek szerint egész szám áll, továbbá a jobb oldal nevezője is egész. Ez csak úgy lehetséges, ha

$$-\frac{1}{cb - ad} = \pm 1,$$

vagyis $|ad - bc| = 1$.

Megjegyzés. (2) és (3) segítségével könnyen látható, hogy $|ad - bc| = 1$ nemcsak szükséges, hanem elégséges is ahhoz, hogy az egyenletrendszernek minden m, n egészre létezzen egész megoldása.