Az m, $f(m)$, $f(f(m))$, $\ldots$ sorozat tagjait jelölje rendre a_0, a_1, a_2, $\ldots$. Azt kell igazolnunk, hogy $i \neq j$ esetén $(a_i, a_j) = 1$. Erre a következő összefüggésből fogunk következtetni:

$$\text{tetszőleges } n \geqslant 1 \text{ esetén} \qquad a_n = (a_0 - 1) \cdot a_0 \cdot a_1 \cdot \ldots \cdot a_{n-2} \cdot a_{n-1} + 1. \tag{1}$$

Ez valóban elegendő a bizonyításhoz. Az általanosság megszorítása nélkül feltehető, hogy $i < j$, s ekkor (1) alapján $a_j = a_i \cdot K + 1$, ahol K egész szám. Legyen $(a_j, a_i) = d$. Ekkor $d|a_j$ és $d|a_i \cdot K$, így $d|a_j - a_i \cdot K$, azaz $d|1$ is teljesül, ami éppen azt jelenti, hogy $(a_i, a_j) = 1$.

Most már csak az (1) formula bizonyítása van hátra. A teljes indukció módszerét alkalmazzuk. Az $n = 1$ esetben

$$a_1 = f(m) = f(a_0) = a_0^2 - a_0 + 1 = (a_0 - 1)a_0 + 1,$$

s ez pontosan az állítás.

Tegyük föl, hogy (1) igaz $n = k - 1$-re, és vizsgáljuk az $n = k$ esetet. Ekkor

$$a_k = f(a_{k-1}) = a_{k-1}^2 - a_{k-1} + 1 = (a_{k-1} - 1)a_{k-1} + 1. \tag{2}$$

Az indukciós feltevés szerint

$$a_{k-1} - 1 = (a_0 - 1)a_0 a_1 \ldots a_{k-3} a_{k-2} + 1 - 1 = (a_0 - 1)a_0 a_1 \ldots a_{k-3} a_{k-2},$$

ezt beírva (2)-be

$$a_k = (a_0 - 1)a_0 a_1 \ldots a_{k-3} a_{k-2} a_{k-1} + 1,$$

és éppen ezt kellett igazolni.

Hegedűs Márton (Főv. Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján