Mindenekelőtt figyeljünk fel arra, hogy x és y szerepe felcserélhető. Ez nyilvánvaló a második egyeneletnél, az elsőben viszont el van rejtve: $x+y$ közé bejött egy tört, amelynek értéke x-et és y-t felcserélve nem változik. Ebből a felismerésből támadhat az az ötletünk, hogy vezessük be az $u=(x-y)^2$ jelölést. Induljunk ki az $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$ azonosságból, és a 2. egyenletből xy értékét helyettesítsük be, ekkor az

$$(x+y)^2=u+80$$

egyenletet kapjuk. Az egyenletrendszer első egyenletéből:

$$(x+y)^2=\left(\frac{1}{u}-10\right)^2.$$

A két kifejezést egybevetve

$$u+80=\left(\frac{1}{u}-10\right)^2. \tag{*}$$

Rendezve az egyenletet kapjuk, hogy

$$u^3-20u^2+20u-1=0.$$

Ez az egyenlet ún. reciprok-egyenlet, tehát ha egy u megoldása, akkor az $\frac{1}{u}$ is megoldása.

Az ismert $u^3-1=(u-1)(u^2+u+1)$ azonosság alapján könnyű a fenti egyenletet szorzattá alakítani:

$$(u-1)(u^2-19u+1)=0.$$

Az egyenlet megoldásai: $u_1=1,\ u_2=\frac{19+\sqrt{357}}{2}\approx 18{,}9472,\ u_3=\frac{19-\sqrt{357}}{2}\approx 0{,}0528.$

Az előbbiek miatt a kapott másodfokú egyenlet is reciprok-egyenlet lesz, tehát nem véletlen, hogy megoldásai egymás reciprokai.

Az $x=\frac{x+y+x-y}{2}$, illetve $y=\frac{x+y-(x-y)}{2}$ azonosságokba helyettesítve az $(x-y)^2=u,\ x+y=\frac{1}{u}-10$ összefüggéseket azt kapjuk, hogy

$$x=\frac{\frac{1}{u}-10\pm\sqrt{u}}{2},\qquad y=\frac{\frac{1}{u}-10\mp\sqrt{u}}{2}.$$

Mivel u mindhárom értéke pozitív, ezek mindegyikét helyettesítve az így kapott (összesen 6) számpárra mindkét egyenlet fennáll. Tekintsünk ugyanis közülük egy tetszőleges (x,y) párt, erre $x+y=\frac{1}{u}-10$, $(x-y)^2=u$, az első egyenletbe helyettesítve

$$x-\frac{1}{(x-y)^2}+y=\frac{1}{u}-10-\frac{1}{u}=-10.$$

Másrészt

$$xy=\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{4}=\frac{(\frac{1}{u}-10)^2-u}{4}=\frac{\frac{1}{u^2}+100-\frac{20}{u}-u}{4}.$$

Az u által kielégített (*) egyenletből kiolvasható, hogy

$$\frac{1}{u^2}+100-\frac{20}{u}-u=80,$$

azaz valóban $xy=20$.

Kiszámítva tehát a következő megoldásai vannak az egyeneletrendszernek:

$x_1=-4\quad y_1=-5\quad x_3\approx -2,7972\quad y_3\approx -7,15\quad x_5\approx 4,5884\quad y_5\approx 4,3588$

$x_2=-5\quad y_2=-4\quad x_4\approx -7,15\quad y_4\approx -2,7972\quad x_6\approx 4,3588\quad y_6\approx 4,5884.$