

Válasszuk a kocka élet 6 egységnyinek. Bontsuk fel a kockát $3 \times 6 \times 6$ -os, $2 \times 6 \times 6$ -os, $1 \times 6 \times 6$ -os hasábokra. Ezután a $3 \times 6 \times 6$ -os hasábot 4 darab $3 \times 3 \times 3$, a $2 \times 6 \times 6$ -os hasábot 9 darab $2 \times 2 \times 2$ -es, az $1 \times 6 \times 6$ -os hasábot pedig 36 darab egységkockára osztjuk. Így az eredeti kockát éppen $4 + 9 + 36 = 49$ kockára osztottuk.

Megjegyzések. 1. Németh Zoltán (Bp. Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o. t.) foglalkozott a feladat általánosításával és megmutatta, hogy $n \geq 73$ esetén egy kockát fel lehet osztani n darab kockára. Ez még élesíthető, ugyanis a megfelelő állítás igaz már $n \geq 52$ -re is. Ennek bizonyítását csak vázlatosan közöljük. Először megjegyezzük, hogy egy kocka felosztható a) 8, b) 20, c) 38 kockára. Ehhez a kocka élet válasszuk egységnyinek. Az a) esetben a kockát csupa $\frac{1}{2}$

élhosszú kockára osztjuk. A b) esetben először elhelyezünk egy $\frac{2}{3}$ élhosszúságú kockát az eredeti kockában úgy, hogy a két kocka egyik csúcsa egybeessen, majd a maradék részt kitöltjük $3^3 - 2^3 = 19$ darab $\frac{1}{3}$ élhosszúságú kockával.

A c) esetben az előbbihez hasonlóan járunk el, csak most egy $\frac{3}{4}$ élhosszúságú és $4^3 - 3^3 = 37$ darab $\frac{1}{4}$ élhosszúságú kockát helyezünk el az egységkockánkban. Ezek után állításunk a feladatbeli és a fenti háromféle felbontás ismételt alkalmazásával könnyen bizonyítható; ezt az olvasóra bízunk.

2. Nem ismeretes, hogy feldarabolható-e egy kocka 51 darab kockára.