

Tegyük fel, hogy létezik ilyen szám, legyen az b^2 . Ekkor $5|b^2$ alapján $5|b$ is teljesül (hiszen az 5 prímszám), azaz b utolsó jegye csak 0 vagy 5 lehet. Az első esetben azonban b^2 0-ra végződne, ami nem lehet, tehát b utolsó jegye is 5.

Írjuk fel b -t $100x + 10a_1 + 5$ alakban, ahol x és a_1 pozitív egészek, $0 \leq a_1 \leq 9$. Ekkor $b^2 = (100x)^2 + 2 \cdot 100x \cdot (10a_1 + 5) + (10a_1 + 5)^2$. Látjuk, hogy itt az első két tag 1000-rel osztható, s így b^2 utolsó három jegye megegyezik $(10a_1 + 5)^2$ utolsó három jegyével. Az $a_1 = 1, 3, 6, 8$ esetben ez 225; $a_1 = 0, 4, 5, 9$ esetén pedig 025. Ezek egyike sem lehetséges, hiszen b^2 jegyei között a 0 nem szerepel, minden más számjegy viszont pontosan egyszer. Az $a_1 = 2, 7$ esetekben az utolsó három jegy 625, ami megengedett.

Írjuk fel ezután a szóban forgó számot $b = 1000y + 100a_2 + 10a_1 + 5$ alakban, ahol y, a_1, a_2 pozitív egészek, $0 \leq a_2 \leq 9, a_1 = 2$ vagy 7 . Ekkor $b^2 = (1000y)^2 + 2 \cdot 1000y \cdot (100a_2 + 10a_1 + 5) + (100a_2 + 10a_1 + 5)^2$. Ebből az előzőhöz hasonló módon leolvasható, hogy b^2 utolsó 4 jegye megegyezik $(100a_2 + 10a_1 + 5)^2$ utolsó 4 jegyével. Minden $0 \leq a_2 \leq 9$ egészre (ha $a_1 = 2$ vagy 7) ennek értéke 0625 vagy 5625, amelyek egyike sem lehetséges. Feltevésünk ellentmondásra vezetett, ami az állítás igaz voltát bizonyítja.

Kovács Balvin (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján