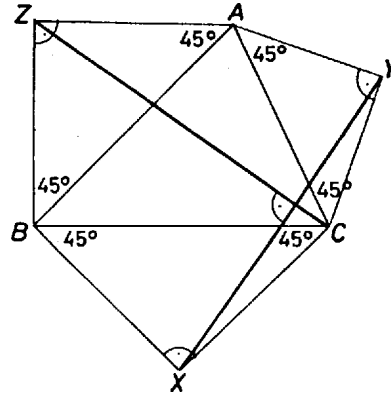


I. megoldás. Tekintsük a feladatot megoldottnak. Jelöljük a háromszög csúcsait A , B , C -vel, a négyzetek középpontjait pedig X , Y , Z -vel (1. ábra).

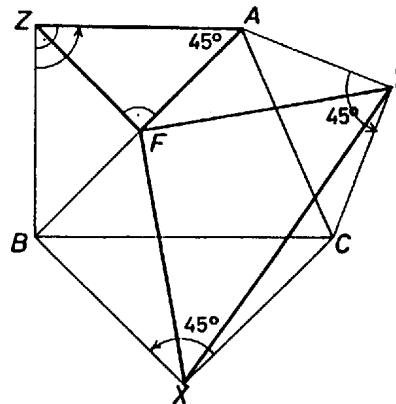


1. ábra

Az XY és a CZ szakaszok egyenlő hosszúak és egymásra merőlegesek. (Ennek bizonyítása megtalálható pl. a *Geometriai feladatok gyűjteménye I.* kötetének 3151. feladatában.) Ezt felhasználva a szerkesztés: Z -ből merőlegest állítunk XY -ra, majd a merőleges egyenesre Z -ből XY felé felmérjük az XY szakasz hosszát. Ennek Z -től különböző végpontja a háromszög C csúcsa. C -t Y körül -90° -kal elforgatva kapjuk A -t, C -t X körül $+90^\circ$ -kal elforgatva pedig B -t.

Belátható, hogy az így szerkesztett ABC háromszög oldalaira kifelé írt négyzetek középpontjai pontosan akkor esnek egybe X , Y , Z -vel, ha az XYZ háromszög hegyesszögű. Tehát a feladatnak egy megoldása van, ha az XYZ háromszög hegyesszögű, egyébként pedig nincs megoldása.

II. megoldás. Használjuk az I. megoldás jelöléseit. Az Y körüli $+90^\circ$ -os forgatás A -t C -be, az X körüli $+90^\circ$ -os elforgatás C -t B -be, a Z körüli $+90^\circ$ -os forgatás pedig D -t A -ba viszi. Vagyis a három forgatás egymásutánjának A fixpontja. Megmutatjuk, hogy a három forgatás egymásutánja megegyezik egyetlen pont körüli elforgatással, aminek egy fixpontja van: a középpont, tehát csak ez lehet a háromszög A csúcsa.



2. ábra

Ismert, hogy egy pont körüli, α szögű elforgatás helyettesíthető két olyan tengelyes tükrözés egymásutánjával, amelyek tengelyei egymást az adott pontban metszik, és egymással $\frac{\alpha}{2}$ szöget zárnak be. Ha tehát F az a pont, amelyre az FXY háromszög pozitív körüljárású, és $FYX\angle = YXF\angle = 45^\circ$ (2. ábra), akkor az Y és X körüli forgatások egymásutánja helyettesíthető az FY , YX , YX , XF egyenesekre való tükrözések egymásutánjával. Viszont e négy tükrözés közül a két középső tengely ugyanaz, ezért a négy tükrözés egymásutánja megegyezik az FY és az XF egyenesekre való tükrözések egymásutánjával, ami viszont nem más, mint az F pont körüli $2 \cdot YFX\angle = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$ -os elforgatás. (Ebből következik, hogy F az AB szakasz felezőpontja, a szerkesztés ezt felhasználva is befejezhető.) Ezután ugyanezzel a módszerrel meg tudjuk szerkeszteni az F és Z körüli elforgatások egymásutánját: legyen A az a pont, amelyre az AZF háromszög pozitív körüljárású, és $AFZ\angle = 90^\circ$, $FZA\angle = 45^\circ$. Ekkor az F körüli 180° -os és a Z körüli $+90^\circ$ -os forgatások helyettesíthetők az AF , FZ , FZ , ZA tengelyekre való tükrözéssel, vagyis az AF és a ZA egyenesekre való tükrözéssel, ami egy A körüli forgatás, tehát egyetlen fixpontja A .