Először a következő segédtételt igazoljuk: egy természetes számokból álló (végtelen) sorozatnak van monoton növő (végtelen) részsorozata. A bizonyításhoz arra van szükségünk, hogy a természetes számok ún. jólrendezett halmazt alkotnak [1] : azaz a természetes számok minden nemüres részhalmazának van legkisebb eleme.

Legyen tehát $\{s_n\}$ egy említett típusú sorozat, tekintsük a sorozat értékeinek halmazában a legkisebb elemet, majd a hozzá tartozó indexek közül is a legkisebbet: így jutunk az s_k elemekhez (kétszer is használtuk a jólrendezettséget). Ezután a k_1-nél nagyobb indexű elemek közül választjuk ki hasonlóan az s_{k_2} elemet, stb. Látható, hogy az $\{s_{k_i}\}$ sorozat megfelelő; a segédtételt beláttuk.

Visszatérve az eredeti feladathoz, nézzük a három sorozatból először $\{a_i\}$-t: válasszunk ki belőle egy monoton növő részsorozatot, legyen ez $\{a'_i\}$. A $\{b_i\}$ és $\{c_i\}$ sorozatokból is csak az $\{a'_i\}$-ben szereplő indexeket hagyjuk meg, legyenek ezek a $\{b'_i\}$, $\{c'_i\}$ sorozatok. Ezáltal három, természetes számokból álló végtelen sorozatot kapunk, de ez az $\{a'_i\}$ már monoton növő. Az eljárást $\{b'_i\}$-re, majd az ezután létrejövő $\{c''_i\}$-re megismételve, $\{a'''_i\}$, $\{b'''_i\}$, $\{c'''_i\}$ monoton részsorozatokhoz jutunk.

Így már tetszőleges olyan $q < p$-re, amelyre q és p benne van a megmaradt indexhalmazban, $a_q \leq a_p$, $b_q \leq b_p$, $c_q \leq c_p$ teljesül.

[1] A halmazokról olvashatunk lapunk 1991. évi 8-9. számának 364-371. oldalán *Komjáth Péter:* Jólrendezett halmazok c. cikkében.