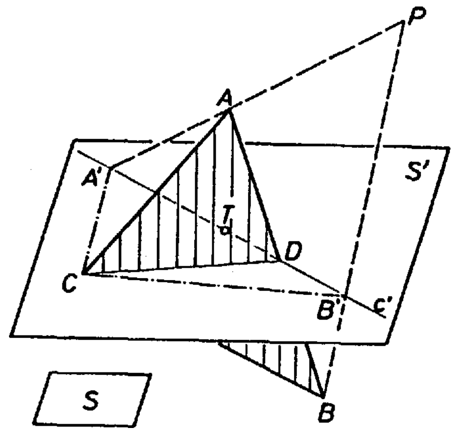
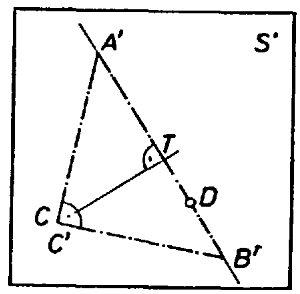
Megmutatjuk, hogy ha S nem párhuzamos az ABC síkkal, akkor mindig van megfelelő P pont.

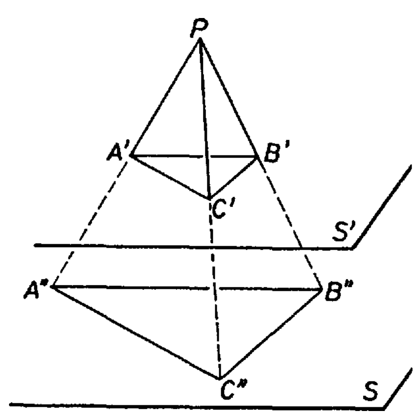


1. ábra



2. ábra

Legyen S' a C-n átmenő, S-sel párhuzamos sík, D pedig AB és S' döféspontja (mivel ABC síkja nem párhuzamos S-sel, ezért D egyértelműen létezik, esetleg egybeesik A-val vagy B-vel, ha CA vagy CB párhuzamos S-sel). Az S' síkban D-n át vegyünk fel egy c' egyenest. A C-ből c'-re bocsátott merőleges talppontja legyen T, A' és B' pedig jelöljék a c' egyenes azon pontjait, melyekre $A'T = TB' = TC$ (*2. ábra*). Az $A'B'C$ háromszög egyenlő szárú és C-nél lévő szöge derékszög. Az AB és a c' egyenesek D-ben metszik egymást, ezért egy síkban vannak. Ugyanebben a síkban van az AA' és a BB' egyenes is. Legyen ezek metszéspontja P. (Ha $AA' \parallel BB'$, akkor a c' egyenes változtatásával elérhetjük, hogy a párhuzamosság megszűnjön.) A P pontból az ABC háromszöget S'-re vetítve az $A'B'C$ háromszöget kapjuk.



3. ábra

Könnyen belátható, hogy ha egy háromszöget egy, a síkjára nem illeszkedő pontból a síkjával párhuzamos síkra vetítünk, akkor az eredeti háromszög és a vetülete hasonló lesz (*3. ábra*). Vagyis, ha a PA', PB', PC egyenesek és S metszéspontja rendre A'', B'' és C'', akkor az $A''B''C''$ háromszög is egyenlő szárú és derékszögű. Viszont a P, A, A', A'' a P, B, B', B'' és a P, C, C'' pontok egy egyenesen vannak, tehát az $A''B''C''$ háromszög éppen az ABC háromszög P-ből S-re vetített képe.

Ha az ABC sík és S párhuzamos, akkor ABC minden S-en lévő vetülete hasonló ABC-hez, így csak akkor egyenlő szárú derékszögű, ha ABC is az.

Összefoglalva: mindig van megfelelő P pont, kivéve azt az esetet, amikor az ABC sík párhuzamos S-sel, és az ABC háromszög nem egyenlő szárú derékszögű háromszög.

Megjegyzés: Ugyanezzel a módszerrel belátható, hogy ha $ABC \nparallel S$, akkor az ABC S-en levő vetülete tetszőleges előírt háromszöghöz hasonló lehet.