

Megmutatjuk, hogy az egyenletnek nincsen egész megoldása. Ehhez feltesszük, hogy valamely (x, y, z) számhármásra mégis teljesül az egyenlőség, majd ebből ellentmondásra jutunk.

Az egyenletet

$$(1) \quad x^2 - 2y^2 = 77 - 363z^2 = 11 \cdot (7 - 33z^2)$$

alakra hozva látható, hogy $11|x^2 - 2y^2$. Vizsgáljuk meg, hogy egy egész szám négyzete 11-gyel osztva milyen maradékot adhat.

Legyen $x = 11k + l$ alakú, ahol k egész, $l = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5$. Ekkor $x^2 = 11^2k^2 + 22kl + l^2 = 11 \cdot (11k^2 + 2kl) + l^2$, vagyis a maradék megegyezik l^2 maradékával. A lehetséges értékek tehát 0; 1; 4; 9; 16; 25, azaz 0; 1; 4; 9; 5; 3. Ebből következik, hogy $2y^2$ maradéka 0; 2; 8; 7; 10; 6 lehet. A két diszjunkt számhalmazból látható, hogy $x^2 - 2y^2$ csak úgy lehet 11-gyel osztható, ha x^2 és $2y^2$, s így x és y is osztható 11-gyel. Ezt (1)-gyel összevetve kapjuk, hogy $11^2|11(7 - 33y)$, azaz $11|7 - 33y$. Ez azonban lehetetlen, hiszen $11|33y$, de $11 \nmid 7$. Ellentmondásra jutottunk, tehát egyenletünknek valóban nincs megoldása az egész számok körében.

Győrffy Werner (Veszprém, Lovassy L. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján