

Véges sok szám növekvő sorba rendezése mindig megtehető a következő átalakítás véges sokszori alkalmazásával: a sorozatból tetszés szerint kiválasztunk egy olyan a, b párt, amelyre a megelőzi b -t és $a > b$, majd a -t és b -t felcseréljük.

A feladat állítását nyilván elegendő két oszlopból álló táblázatra igazolnunk. Tegyük fel, hogy egy ilyen táblázat i -edik sorának elemei a_1 és b_1 , j -edik sorának elemei a_2 és b_2 , továbbá $a_1 \leq b_1$, $a_2 \leq b_2$ és $i < j$.

1. eset: $a_1 \leq a_2$ és $b_1 \leq b_2$; ekkor az i -edik és j -edik sort változatlanul hagyjuk.
2. eset: $a_1 \leq a_2$ és $b_1 > b_2$. A második oszlopban kicseréljük egymással a b_1, b_2 számokat. Az így kapott új i -edik sorra $a_1 \leq a_2 \leq b_2$, az új j -edik sorra $a_2 \leq b_2 < b_1$.
3. eset: $a_1 > a_2$ és $b_1 \leq b_2$. Az első oszlopban a_1 -et és a_2 -t felcserélve, az új sorokban $a_2 < a_1 \leq b_1$, $a_1 \leq b_1 \leq b_2$.
4. eset: $a_1 > a_2$ és $b_1 > b_2$. Ezúttal a_1 -et a_2 -vel is és b_1 -et b_2 -vel is felcseréljük.

Látható, hogy az 1., 2., 3., 4. típusú lépéseket elég sokszor végrehajtva, mindkét oszlopban növekvő sorban állnak a számok. Mivel egyik lépés sem rontja el a sorok megfelelő rendezettségét, a feladatot megoldottuk.

Megjegyzés. A megoldás elején ismertetett sorbarendezési módszer helyessége a következőképpen látható be. Nevezzük $\{a, b\}$ -t rossz számpárnak, ha a megelőzi b -t és $a > b$. Megmutatjuk, hogy a -t és b -t felcserélve a rossz párok száma legalább 1-gyel csökken. Nyilván $\{a, b\}$ megszűnik rossz párnak lenni. A további párok közül elegendő az $\{a, x\}$ és az $\{y, b\}$ alakúakat vizsgálni, ahol x , ill. y az eredeti sorban a és b között helyezkedik el. Ha a csere előtt $\{a, x\}$ nem volt rossz, azaz $a < x$, akkor $b < a$ miatt $\{b, x\}$ sem lesz rossz pár a csere után. Hasonló a helyzet az $\{y, b\} \mapsto \{y, a\}$ párokkal is.

Tarján Dénes (Bp. Piarista Gimn., II. o. t.) és
Katona Zsolt (Fazekas M. Főv. Gyak. Ált. Isk., 6. o. t.) dolgozata alapján