

Először a 3 hatványainak utolsó jegyeivel foglalkozunk. Ha 3^n és 3^m azonos jegyre végződik, akkor 3^{n+1} és 3^{m+1} is. Mivel $3^0 = 1$, $3^1 = 3$, $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$, ezért látható, hogy ezek az utolsó jegyek fognak ismétlődni: 1, 3, 9, 7. (Ugyanezt az utolsó két jegyre vizsgálva, 20 hosszúságú periódust kapunk. Ellenőrizhető, hogy azok utolsó előtti jegyei párosak, s ezzel az állítás is bizonyítható. Most azonban elkerüljük ennek a 20 számnak a felírását.)

Az állítás bizonyítását teljes indukcióval fejezzük be. Az $n = 3$ esetben ez igaz. Tegyük fel, hogy n -re igaz, és vizsgáljuk $(n + 1)$ -re. Tekintsük a $3^{n+1} = 3^n \cdot 3 = (100x + \overline{ab}) \cdot 3 = 100 \cdot 3x + 10 \cdot 3a + 3b$ felírást. Mivel b csak 1, 3, 9, 7 lehet, azért $3b$ lehetséges értékei 3, 9, 27, 21. Ebből már látszik, hogy 3^{n+1} utolsó előtti jegye is páros: az ott álló szám nem más, mint $3a$ utolsó jegyének és a $3b$ -ből származó átvitelnek az összege, vagy annál 10-zel kevesebb. Mivel a második tag 0 vagy 2 lehet, az első pedig az indukciós feltevés miatt páros, azért összegük is az.

Földes Erika (Bp. Árpád Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján