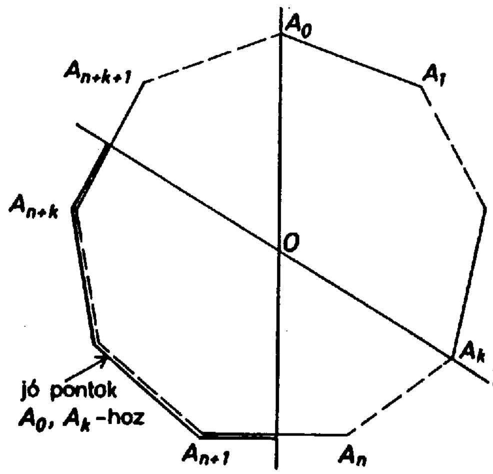
I. megoldás. Jelöljük a $(2n+1)$-szög csúcsait $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_{2n}$-nel, középpontját pedig O-val. Tekintsük az A_0A_k átlót ($k \leq n$). Az $A_0A_kA_l$ háromszög pontosan akkor tartalmazza O-t, ha A_l az OA_0 és az OA_k egyenesek által meghatározott négy síknegyed közül az A_0A_k szakaszt tartalmazóval szemköztiben van. Az OA_0 egyenes a sokszög A_nA_{n+1}, az OA_k egyenes pedig a sokszög $A_{n+k}A_{n+1+k}$ oldalát metszi, tehát $A_0A_kA_l$ pontosan akkor jó háromszög, ha $n+1 \leq l \leq n+k$ (*1. ábra*). Ezért rögzített A_0A_k esetén a jó háromszögek száma $(n+k)-n=k$. Vagyis az A_0-t tartalmazó jó háromszögek száma $1+2+\ldots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

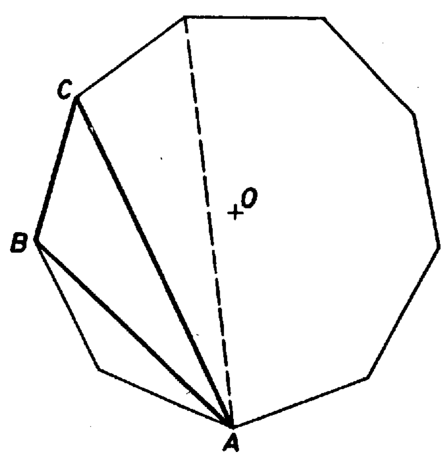


1. ábra

Nyilván ugyanennyi jó háromszög tartalmazza a $(2n+1)$-szög tetszőleges, rögzített csúcsát. Ezért $(2n+1)\cdot\dfrac{n(n+1)}{2}$ megegyezik a jó háromszögek számának háromszorosával, hiszen minden jó háromszöget mindhárom csúcsánál számoltunk.

Tehát a jó háromszögek száma $\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

II. megoldás. A $(2n+1)$-szög csúcsai összesen $\binom{2n+1}{3}$ háromszöget határoznak meg. A jó háromszögek számát megkapjuk, ha ebből levonjuk azon (rossz) háromszögek számát, amelyek nem tartalmazzák a sokszög középpontját. Ezeket a háromszögeket a következőképp számoljuk össze.



2. ábra

Betűzzük meg a háromszög csúcsait A, B, C-vel úgy, hogy AC legyen a leghosszabb oldal, és a háromszög körüljárása negatív legyen (ekkor az AC egyenes elválasztja B-t a sokszög középpontjától, *2. ábra*). Minden rossz háromszöghöz egyértelműen tartozik egy betűzés. Ha A-t rögzítjük, akkor a sokszög A után negatív körüljárási irányban következő n csúcsa közül bármelyik kettőt kiválasztva kapunk egy rossz háromszöget, s minden olyan rossz háromszöget megkapunk így, amelynek A csúcsa a rögzített csúcs. Ezen háromszögek száma tehát $\binom{n}{2}$. A-t $(2n+1)$-féleképpen rögzíthetjük, így a rossz háromszögek száma $(2n+1)\cdot\binom{n}{2}$.

A jó háromszögek száma:

$$\binom{2n+1}{3} - (2n+1)\cdot\binom{n}{2} = \frac{2n+1}{6}[2n(2n-1) - 3n(n-1)] = \frac{2n+1}{6}(n^2+n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

György András (Budapest, Árpád Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján