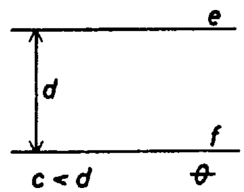
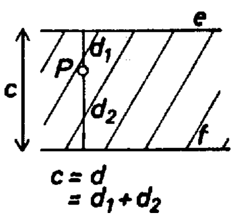
Jelöljük az előírt állandót c-vel, a két adott egyenest pedig e-vel és f-el. Két esetet különböztetünk meg.

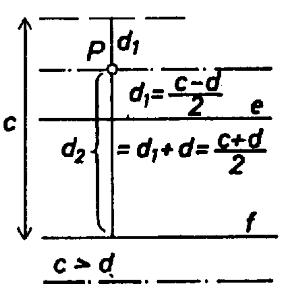
Ha e és f két egymástól d távolságra lévő párhuzamos egyenes, akkor könnyen látható, hogy a mértani hely az üres halmaz, ha $d > c$, az e és f közti végtelen sáv, ha $d = c$, illetve két, e-vel és f-fel párhuzamos egyenes, melyek távolsága e-től és f-től $\frac{c-d}{2}$ és $\frac{c+d}{2}$, ha $d < c$. Ezek a lehetőségek az *1/a,b,c ábrákon* láthatók.



1/a ábra

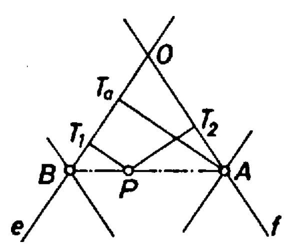


1/b ábra



1/c ábra

Ha e és f két metsző egyenes, akkor ezek a síkot négy szögtartományra osztják. Vizsgáljuk ezek egyikét. Legyen a két egyenes metszéspontja O, az e-től, illetve f-től c távolságra lévő, velük párhuzamos, a szögtartományban lévő félegyenesek kezdőpontja pedig A, illetve B (*2. ábra*).



2. ábra

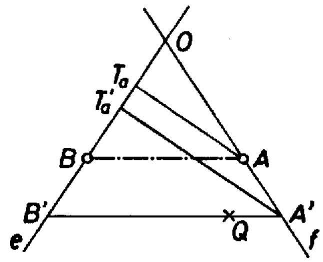
Megmutatjuk, hogy ebben a szögtartományban a mértani hely az AB szakasz. Legyen P az AB szakasz tetszőleges pontja, T_a az A-ból e-re, T_1 és T_2 pedig a P-ből e-re és f-re bocsátott merőlegesek talppontjai. A definíciója miatt $AT_a = c$. Az AOB háromszögben $OA = OB$, továbbá az AOB háromszög területe megegyezik az AOP és a BOP háromszögek területeinek összegével, vagyis:

$$\frac{1}{2}OB \cdot AT_a = \frac{1}{2}OA \cdot PT_2 + \frac{1}{2}OB \cdot PT_1.$$

Azaz

$$c = AT_a = PT_2 + PT_1,$$

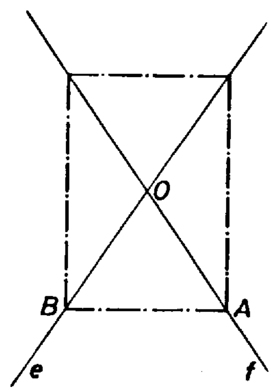
tehát P hozzátartozik a mértani helyhez. Ha a Q pont nincs rajta az AB szakaszon, akkor messe a Q-n átmenő, AB-vel párhuzamos egyenes e-t, illetve f-t a B', illetve A' pontokban, legyen továbbá az A'-ből e-re bocsátott merőleges talppontja T_a (*3. ábra*).



3. ábra

Ekkor az előzőekben bizonyítottak alapján a Q pont e-től és f-től való távolságának összege $A'T_a' \neq c$. Tehát Q nem tartozik hozzá a mértani helyhez.

Hasonlóan láthatjuk be, hogy a mértani hely a másik három szögtartományban is egy-egy szakasz. Ezen szakaszok végpontjai páronként közösek, így a szakaszok egy négyszöget alkotnak. A szakaszok merőlegesek a megfelelő szögtartomány belső szögfelezőjére, tehát az általuk alkotott négyszög téglalap; vagyis a keresett mértani hely egy téglalap négy oldala (*4. ábra*).



4. ábra