Mivel $2 \cdot 5 - 1 = 3^2$; $2 \cdot 13 - 1 = 5^2$; $5 \cdot 13 - 1 = 8^2$, azért a kérdéses elemek egyike d. Tegyük fel, hogy az állítással ellentétben mégis létezik olyan d, hogy a $\{2; 5; 13; d\}$ halmaz bármely két különböző a és d elemére $a \cdot d - 1$ négyzetszám. Ekkor

$$2d - 1 = x^2, \tag{1}$$

$$5d - 1 = y^2, \tag{2}$$

$$13d - 1 = z^2 \tag{3}$$

mindegyike teljesül, alkalmas x, z, y számokkal. Az (1) alapján x páratlan, legyen $x = 2k + 1$. Ekkor $2d = x^2 + 1 = (2k + 1)^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 2$, amiből $d = 2(k^2 + k) + 1$; vagyis d páratlan.

Ezt összevetve (2)-vel és (3)-mal, $2|y^2$ és $2|z^2$ adódik, s így y és z mindegyike páros. Legyen $y = 2y'$, $z = 2z'$. (3)-ból (2)-t kivonva a

$$8d = z^2 - y^2 = (z - y)(z + y) = (2z' - 2y')(2z' + 2y') = 4(z' - y')(z' + y') \tag{4}$$

egyenlőséget kapjuk, egyszerűsítve

$$2d = (z' - y')(z' + y'). \tag{5}$$

Ha z' és y' paritása különbözne egymástól, akkor mind összegük, mind különbségük páratlan lenne, vagyis (5) jobb oldala páratlan, bal oldala pedig páros volna, s ez lehetetlen. Tehát z' és y' paritása azonos, ezért $(z' - y')(z' + y')$ 4-gyel is osztható, s így $2d$ is. Ez azonban ellentmond annak, hogy d páratlan.

Ezek szerint indirekt feltevésünk helytelen volt, és ezzel beláttuk, hogy ilyen d szám nem létezhet.

Waldner Zoltán (Miskolc, Földes F. Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján