Az n nem lehet páros, hiszen páros sok páratlan szám szorzata páratlan, összege viszont páros.

Legyen tehát n páratlan. Tegyük fel, hogy léteznek a feltételeknek eleget tevő páratlan számok, jelölje őket $2a_1+1$, $2a_2+1$, …, $2a_n+1$. Ekkor

$$(2a_1+1)(2a_2+1)\cdot\ \ldots\ \cdot(2a_n+1)=2a_1+1+\ \ldots\ +2a_n+1=2a_1+2a_2+\ \ldots\ +2a_n+n. \tag{1}$$

Végezzük el a beszorzást, ekkor a bal oldal

$$(1+2a_1+2a_2+\ \ldots\ +2a_n)+(2a_1)(2a_2)+(2a_1)(2a_3)+\ \ldots\ +(2a_1)(2a_2)\cdot\ \ldots\ \cdot(2a_n)$$

alakot ölt. Ebben az összegben az első zárójelben álló $n+1$ tagot leszámítva, a többiekről biztosan tudjuk, hogy oszthatóak 4-gyel, így azok összege $4k$ alakban írható. Ezt felhasználva, ha (1) mindkét oldalából $(2a_1+2a_2+\ldots+2a_n)$-et kivonunk,

$$4k+1=n$$

adódik. Így n csak $4k+1$ alakú lehet.

Tetszőleges $n=4k+1$ alakú számra ($k\geq 1$) mutatunk megfelelő szám n-est. Vegyük a

$$2k+1,\ 3,\ \underbrace{1,\ 1\ldots,\ 1}_{4k-1\ \mathrm{db}}$$

számokat. Ezek szorzata és összege egyaránt $6k+3$.

Tehát a feladat kérdésére a válasz: az $n=4k+1$ alakú számokra.

Székelyhidi László (Debrecen, Tóth Árpád Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján