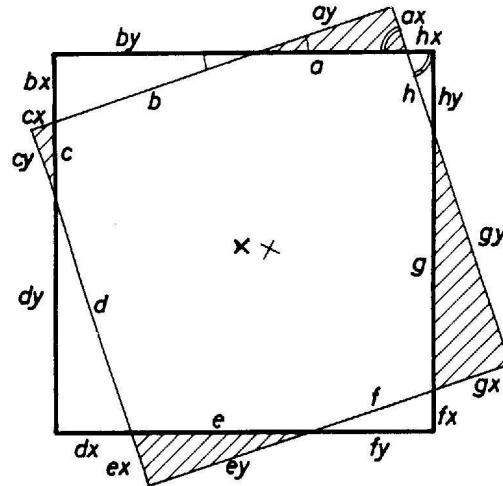


A keletkező 8 háromszög (4 satírozott és 4 üresen maradt) hasonló, mert mindegyikben van egy-egy derékszög, s a szomszédos háromszögeknek a közös csúcsnál lévő szögei csúcsszögek, tehát egyenlők.



Jelöljük az átfogókat az ábrának megfelelően a, b, c, d, e, f, g, h -val. A hasonlóság miatt a 8 háromszögben megegyezik a befogóknak az átfogókhoz való aránya. Legyen ez a két arány x és y . Ekkor a 8 háromszög befogói rendre ax, ay, bx, \dots, hy . A két egybevágó négyzet kerülete egyenlő:

$$\begin{aligned} (ay + b + cx) + (cy + d + ex) + (ey + f + gx) + (gy + h + ax) = \\ = (hx + a + by) + (bx + c + dy) + (dx + e + fy) + (fx + g + hy). \end{aligned}$$

Az egyenletet rendezve kapjuk, hogy

$$(x + y - 1)(a + c + e + g) = (x + y - 1)(b + d + f + h).$$

Mivel egy derékszögű háromszögben a két befogó összege nagyobb, mint az átfogó, ezért $x + y > 1$, így a fenti egyenletet megszorozhatjuk $\frac{x + y}{x + y - 1}$ -gyel:

$$\begin{aligned} (x + y)(a + c + e + g) &= (x + y)(b + d + f + h), \quad \text{vagyis} \\ (ax + ay) + (cx + cy) + (ex + ey) + (gx + gy) &= \\ = (bx + by) + (dx + dy) + (fx + fy) + (hx + hy). \end{aligned}$$

Ez viszont éppen a bizonyítandó állítás.

Csiszár Villő (Budapest, Karinthy F. Gimn., II. o. t.)