

Amikor egy ilyen kifejezést kiszámolunk, a végeredmény

$$1 - 2 \pm 3 \pm 4 \pm \dots \pm 1991$$

alakú lesz. Tehát a zárójelezéssel elérhető legkisebb érték

$$1 - 2 - 3 - \dots - 1991 = 1 - (2 + 3 + \dots + 1991) = 1 - \frac{1993 \cdot 1990}{2} = -1\,983\,034,$$

a legnagyobb pedig

$$1 - (2 - 3 - \dots - 1991) = 1 - 2 + 3 + \dots + 1991 = \frac{1991 \cdot 1992}{2} - 4 = 1\,983\,032.$$

Ezek szerint legfeljebb 3 966 067-féle eredményt kaphatunk.

Vizsgáljuk azokat a zárójelezéseket, amelyekben mindegyik zárójelen belül pontosan két tag van, s azok közül az első páros. Ilyenek például:

$$1 - (2 - 3) - 4 - 5 - \dots; 1 - 2 - 3 - (4 - 5) - (6 - 7) - \dots \text{stb.}$$

Számoljuk meg, hány ilyen zárójelezés van. Minden  $(2k; 2k + 1)$  párnál vagy elhelyezünk zárójelet, vagy nem. Mivel 995 ilyen pár van, ez  $2^{995}$  elrendezést jelent, és ezek mind különbözőek.

Ám  $2^{995} > (2^{10})^{99} = 1024^{99} > 1000^{99} = 10^{297} > 3\,966\,067$ , tehát már a vizsgált típusú zárójelezések között is van kettő olyan (sőt lényegesen több is), amelyek eredménye ugyanaz.

*Koblínger Egmont* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján

*Megjegyzés.* Ennél egyszerűbben is be lehet bizonyítani az állítást: könnyen találhatók azonos eredményt adó zárójelezések. Például a következő kettő:

$$\begin{aligned} 1 - (2 - 3 - 4) - 5 - \dots &= 1 - 2 + 3 + 4 - 5 - \dots = 1 - 2 - \dots - 1991 + 2 \cdot 7, \\ 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - (6 - 7) - \dots &= 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 + 7 - \dots = \\ &= 1 - 2 - \dots - 1991 + 2 \cdot 7. \end{aligned}$$

Tisztázandó viszont, hogy mit értünk különböző zárójelezéseken. Minden ilyen típusú kifejezésnek van egy „természetes” zárójelezése: ha nincs külön leírt zárójel, akkor a műveleteket balról jobbra végezzük; így az  $(1 - 2) - 3$  és az  $1 - 2 - 3$  ugyanazt a zárójelezést jelenti. Ezek alapján kézenfekvő, hogy két zárójelezést akkor tekintünk különbözőnek, ha a „főlsleges” zárójeleket elhagyva belőlük (vagyis azokat, amelyek nem változtatják meg a műveletek balról jobbra történő végzését), eltérést mutatnak, nem ugyanott vannak bennük a zárójelek. Ezért például az

$$(1 - 2) - 3 - \dots - 1991 = 1 - 2 - 3 - \dots - 1991$$

ugyanaz a zárójelezés, s a feladat állítását nem bizonyítja.