

Végezzük el a négyzetre emeléseket. Ezután a tagokat célszerűen csoportosítva fogjuk összeadni.

$1/k^2$ -es tag éppen k darab lesz: a_1^2 -ben, a_2^2 -ben, \dots , a_k^2 -ben. Ezek összege $k \cdot 1/k^2 = 1/k$; majd az összes k -ra nézve $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{100} = a_1$.

Tekintsük most a „vegyes” tagokat. Legyen $j < i$; ekkor $2 \cdot \frac{1}{j \cdot i}$ az összes olyan a_k^2 -ben szerepel, amelyben $k \leq j$.

Így ezen tagok összege $j \cdot \frac{2}{j \cdot i} = \frac{2}{i}$. Adott i -hez $i - 1$ darab olyan j szám van, amelyre $j < i$, ezért a rögzített i -hez

tartozó lehetséges $\frac{2}{j \cdot i}$ alakú tagok összege $(i - 1) \cdot \frac{2}{i} = 2 - \frac{2}{i}$. Az összes i -re képezve az összeget,

$$\left(2 - \frac{2}{1}\right) + \left(2 - \frac{2}{2}\right) + \dots + \left(2 - \frac{2}{100}\right) = 200 - 2 \cdot \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{100}\right) = 200 - 2 \cdot a_1$$

adódik.

Ezek alapján $a_1 + a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{100}^2 = a_1 + a_1 + 200 - 2a_1 = 200$.

Hajba Tamás (Győr, Révai M. Gimn., III. o. t.)