Fejtsük ki K-t a helyiértékei szerint!

$$K = 2^{19} + 2^{17} + 2^{16} + 2^{14} + 2^{12} + 2^{10} + 2^8 + 2^6 + x \cdot 2^5 + y \cdot 2^4 + z \cdot 2^3 + 2^2 + 2^1 =$$
$$= 2 \cdot 8^6 + 6 \cdot 8^5 + 5 \cdot 8^4 + 2 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^2 + 8 \cdot (4x + 2y + z) + 6.$$

Teljes indukcióval megmutatjuk, hogy $7|8^n - 1$. Ha $n = 0$, akkor ez teljesül. Tegyük fel, hogy $n-1$-re igaz; ekkor

$$8^n - 1 = 8 \cdot 8^{n-1} - 1 = 8 \cdot (8^{n-1} - 1) + 7;$$

az indukciós feltevés alapján $7|8^{n-1} - 1$, ebből $7|8 \cdot (8^{n-1} - 1) + 7$, tehát az állítás n-re is igaz.

Észrevételünket felhasználva,

$$K = 2(8^6 - 1) + 6(8^5 - 1) + 5(8^4 - 1) + 2(8^3 - 1) + 5(8^2 - 1) +$$
$$+ 7(4x + 2y + z) + 3 \cdot 7 + (4x + 2y + z + 5)$$

pontosan akkor osztható 7-tel, ha

$$4x + 2y + z + 5$$

osztható 7-tel. Mivel $5 \leq 4x + 2y + z + 5 \leq 12$, ezért szükségképpen $4x + 2y + z = 2$. Mivel x, y, z csak 0 vagy 1 lehet, $x = 0$. Továbbá z páros, ezért z is 0, végül $y = 1$. Tehát a feladatnak egy megoldása van: $x = 0, y = 1, z = 0$.

Ehreth Imre (Bonyhád, Petőfi S. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzés. Sok beküldő számolt úgy, mintha K kettes számrendszerbeli alakjának utolsó számjegye (0) a kettes helyiértéken volna. Ez természetesen nem így van, egész számok felírásakor az egyes a legkisebb helyiérték.