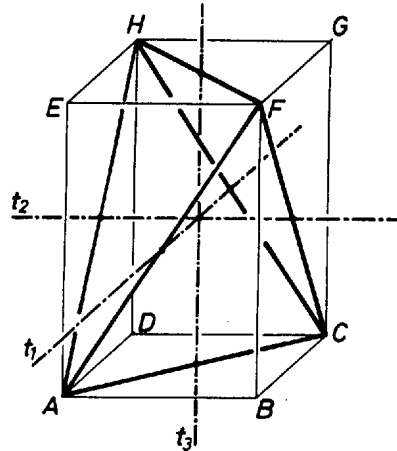


A feladat kérdésére a válasz: nem. Az alábbiakban példát adunk egy nem szabályos tetraéderre, amely teljesíti a feladat feltételét.



Legyen $ABCD$ egy négyzet, $ABCDEFGH$ pedig egy erre épített egyenes hasáb, amely nem kocka ($AB \neq AE$). Ekkor az $ACFH$ tetraéder nem szabályos, hiszen $AC = HF \neq AF = AH = CF = CH$. A hasáb szemközti lapjainak középpontjait összekötő t_1 , t_2 , t_3 tengelyekre való tükrözések a tetraédert önmagába viszik, sőt a tükrözésekkel tetszőleges csúcsot tetszőleges másikba átvihetünk ($A \xrightarrow{t_3} C \xrightarrow{t_2} F \xrightarrow{t_3} H \xrightarrow{t_2} A$), így tetszőleges magasságszakaszt is átvihetünk tetszőleges magasságszakaszba. A tükrözéseknél a tetraéder képe önmaga, ezért a beírt gömbjének a képe is önmaga. Ez viszont azt mutatja, hogy az egyes magasságszakaszoknak a beírt gömbbe eső részei a tükrözésekkel egymásba átvihetők, tehát egyenlő hosszúak.

Megjegyzések. 1. Ellenpéldánk lapjai egybevágó egyenlő szárú háromszögek. Speciális esete az egyenlő szárú tetraédernek, de mégsem szabályos.

2. Tanulságos e feladatot összevetni a Gy. 2690. gyakorlattal (1992/1. szám, 26. old.), ahol síkban, a magasságvonalak beírt körbe eső szakaszainak egyenlőségéből következett a háromszög szabályossága.