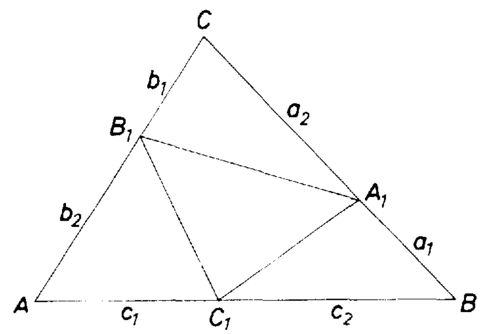
Használjuk az *ábra* jelöléseit.

Tudjuk, hogy ha két háromszög egyik szöge közös, akkor a háromszögek területének aránya megegyezik a közös szöget bezáró két-két oldal szorzatának arányával. (Ez következik a $t = \dfrac{ab \cdot \sin\gamma}{2}$ területképletből, de szögfüggvények használata nélkül is egyszerűen belátható.)



Esetünkben
$$t_{AC_1B_1} = t_{BA_1C_1} = t_{CA_1B_1} = \frac{1}{4} t_{ABC},$$
vagyis:
$$c_1 b_2 = \frac{1}{4}(c_1 + c_2)(b_1 + b_2),$$
$$a_1 c_2 = \frac{1}{4}(a_1 + a_2)(c_1 + c_2),$$
$$b_1 a_2 = \frac{1}{4}(b_1 + b_2)(a_1 + a_2).$$

A három egyenletet összeszorozva és rendezve:
$$a_1 \cdot a_2 \cdot b_1 \cdot b_2 \cdot c_1 \cdot c_2 = \left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{c_1 + c_2}{2}\right)^2.$$

A számtani és mértani közép közti egyenlőtlenség miatt (bármely x, y pozitív számokra $x \cdot y \le \left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2$, egyenlőség csak $x = y$ esetén) ez az egyenlőség csak akkor állhat fenn, ha $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$ és $c_1 = c_2$. Ez viszont éppen azt jelenti, hogy A_1, B_1 és C_1 felezik a háromszög oldalait.

Kerekes Balázs (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján