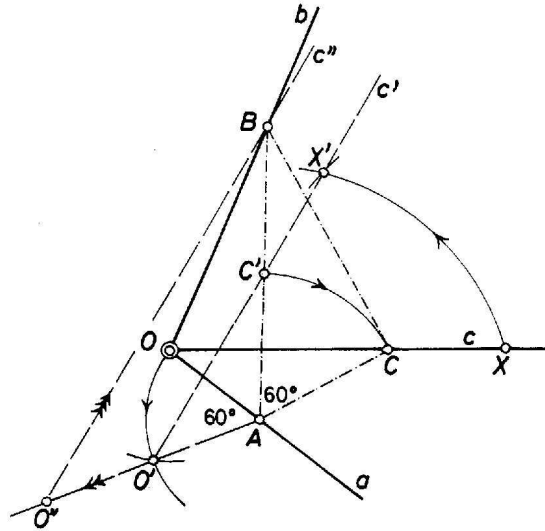


Tekintsük a feladatot megoldottnak. Jelöljük a félegyeneseket a , b , c -vel, a háromszög csúcsait A , B , C -vel (A az a , B a b , C a c félegyenesen van), és tegyük föl, hogy A -nál 60° -os, C -nél pedig 90° -os szög van. Ismert, hogy az ilyen szögekkel rendelkező háromszög átfogója kétszerese a rövidebb befogónak, azaz $AB = 2AC$. Ezért, ha a C pontot A körül 60° -kal elforgatjuk, majd a kapott C' pontot A -ból kétszeresére nagyítjuk, akkor éppen a B csúcsot kapjuk.



Ezek alapján a szerkesztést a következő módon végezhetjük:

Az a félegyenesen tetszőlegesen felvesszük az A pontot (ezt azért választhatjuk, mert ha ABC egy megfelelő háromszög, akkor ezt a három félegyenes közös pontjából tetszőleges arányban nagyítva is egy megfelelő háromszöget kapunk); ezután a c félegyeneset 60° -kal elforgatjuk A körül (O és X pontjával). Az így kapott c' félegyeneset A -ból kétszeresére nagyítjuk. Ennek a c'' félegyenesnek és b -nek a metszéspontja B . Végül B -t A -ból felére kicsinyítve, majd az így kapott c' -n lévő C' pontot A körül 60° -kal visszaforgatva kapjuk C -t. Az így szerkesztett ABC háromszög nyilván eleget tesz a feladat feltételeinek.

Mivel a három félegyeneset a három csúccsal hatféleképpen párosíthatjuk, és A rögzítése után c -t két irányba forgathatjuk, ezért általában legfeljebb 12 lényegében különböző megoldás adódhat. A nagyítások miatt minden, lényegében különböző megoldáshoz végtelen sok hozzá hasonló megoldás tartozik. Természetesen nem mindig valósul meg mind a 12 eset. Ha pl. a , b , c és A rögzítése után $c'' \parallel b$, akkor ebben a szereposztásban nincs megoldás; ha viszont c'' és b egybeesik, akkor végtelen sok, lényegében különböző megoldás létezik. A megoldások pontos számát úgy kaphatjuk meg, hogy mind a 12 esetben – egy-egy rögzített A ponttal – megvizsgáljuk c'' és b kölcsönös helyzetét.

Ezzel a feladatot megoldottuk.

Megjegyzés. Megoldásunk tulajdonképpen azon alapult, hogy ismertük annak az A középpontú forgatványújtásnak a szögét és az arányát, amelyik C -t B -be vitte. Ezért hasonlóan oldhatjuk meg a feladatot akkor is, ha a szerkesztendő háromszög szögei nem 30° , 60° , 90° , hanem általában adott α , β , γ .