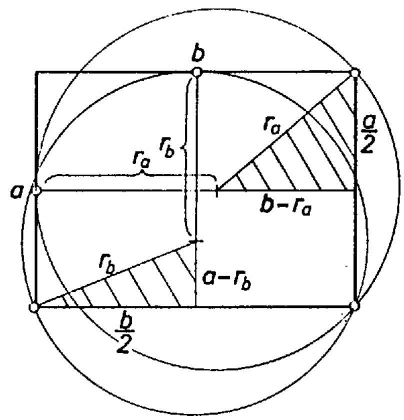
Jelöljük a téglalap oldalainak hosszát a-val és b-vel, az a hosszúságú oldalak két végpontján átmenő és az előírás szerint érintő – a szimmetria miatt nyilván egyenlő sugarú – körök sugarát r_a-val, a b hosszúságú oldalak két végpontján átmenő körük sugarát pedig r_b-vel.



Az r_a sugarú körök középpontja az egyik a hosszúságú oldaltól – amelyet érint – r_a távolságra van, tehát a másik oldaltól $|b-r_a|$ távolságra. Ezért Pitagorasz tétele szerint:

$$r_a^2=(b-r_a)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2, \quad \text{vagyis}$$
$$r_a=\frac{4b^2+a^2}{8b}.$$

Ugyanígy kapjuk, hogy

$$r_b^2=(a-r_b)^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2, \quad \text{vagyis} \quad r_b=\frac{4a^2+b^2}{8a}.$$

A bizonyítandó állítás tehát:

$$2\cdot\frac{4b^2+a^2}{8b}+2\cdot\frac{4a^2+b^2}{8a}\geq\frac{5}{8}(2a+2b).$$

Megszorozva $4ab>0$-val és rendezve:

$$a^3+b^3-a^2b-b^2a\geq 0, \quad \text{azaz} \quad (a-b)^2(a+b)\geq 0.$$

Ez utóbbi egyenlőtlenség nyilván teljesül, s mivel ekvivalens eredeti állításunkkal, ezért az is igaz. Látható, hogy pontosan akkor van egyenlőség, ha $a=b$, azaz, ha a téglalap négyzet.