Tekintsük az alábbi öt számot:

$$\sqrt{a}, \quad \sqrt{a}, \quad \sqrt[3]{b}, \quad \sqrt[3]{b}, \quad \sqrt[3]{b} \qquad (a, b > 0).$$

Ezek számtani közepe:

$$A = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b}}{5} = \frac{2\sqrt{a} + 3\sqrt[3]{b}}{5},$$

mértani közepük pedig

$$G = \sqrt[5]{\sqrt{a}\sqrt{a}\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{b}} = \sqrt[5]{(\sqrt{a})^2(\sqrt[3]{b})^3} = \sqrt[5]{a \cdot b}.$$

A mértani és számtani közép közötti egyenlőtlenség szerint

$$\frac{2\sqrt{a} + 3\sqrt[3]{b}}{5} \geqq \sqrt[5]{a \cdot b}.$$

Ha az így kapott egyenlőtlenség mindkét oldalát megszorozzuk 5-tel, éppen a bizonyítandó állításhoz jutunk. (Egyenlőség csak akkor áll fenn, ha $\sqrt{a} = \sqrt[3]{b}$, azaz $a\sqrt{a} = b$.)

Megjegyzés. Ugyanezzel a módszerrel általánosíthatjuk az állítást, bebizonyíthatjuk az alábbi egyenlőtlenséget:

$$k_1 \cdot \sqrt[k_1]{a_1} + k_2 \cdot \sqrt[k_2]{a_2} + \ldots + k_n \cdot \sqrt[k_n]{a_n} \geqq k \sqrt[k]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n},$$

ahol $k = k_1 + k_2 + \ldots + k_n$ (k_i pozitív egész, a_i pozitív).

Róka Dániel (Bp., Szent István Gimn.,II. o. t.) dolgozata alapján