I. megoldás. Vegyük észre, hogy

$$n^2 - 19n + 89 = (n - 10)^2 + n - 11,$$

illetve

$$n^2 - 19n + 89 = (n - 9)^2 + 8 - n.$$

Ez azt jelenti, hogy ha $n > 11$, akkor

$$(n - 10)^2 < n^2 - 19n + 89 < (n - 9)^2,$$

ahonnan következik a bizonyítandó állítás, hiszen két szomszédos egész szám, $n - 10$ és $n - 9$ négyzete közé nem esik négyzetszám.

II. megoldás. Tegyük fel, hogy valamilyen m egész számra

$$n^2 - 19n + 89 = m^2. \tag{1}$$

Szorozzuk meg (1) mindkét oldalát 4-gyel, így a bal oldalt teljes négyzetté alakíthatjuk:

$$4n^2 - 4 \cdot 19n + 4 \cdot 89 = (2n - 19)^2 - 5.$$

Ezután (1)-ben rendezés után két négyzet különbségét kapjuk, szorzattá alakítva:

$$(2n - 19)^2 - (2m)^2 = (2n - 2m - 19)(2n + 2m - 19) = 5. \tag{2}$$

A jobb oldalon álló 5 az egész számok körében a tényezők sorrendjét is figyelembe véve – négyféleképpen alakítható szorzattá. A tényezők összege a bal oldal szerint $4n - 38$, és ez egyenlő $1 \cdot 5$, illetve $(-1) \cdot (-5)$ alapján 6-tal, vagy (-6)-tal.

Az első esetben $n = 11$ és így $n^2 - 19n + 89 = 1$, a másodikban pedig $n = 8$, és ekkor $n^2 - 19n + 89 = 1$.

A feladatban szereplő kifejezés tehát az n-nek összesen két egész értéke, $n = 8$ és $n = 11$ esetén négyzetszám, amiből a feladat állítása természetesen következik.

Megjegyzés. Ha a mesterkéltnek tűnő 4-gyel való szorzás helyett az n-ben másodfokú $n^2 - 19n + 89 - m^2$ polinom diszkriminánsát írjuk fel – ha (1)-nek létezik egész (n, m) megoldása, akkor ennek négyzetszámnak kell lennie – akkor ugyancsak eljuthatunk a (2) szorzat alakhoz.