

Jelöljük az $1991^m - 1$ szám törzstényezős felbontásában a 2 kitevőjét $f(m)$ -mel. Ha $m = 2^k \cdot p$ alakú, ahol a p páratlan szám, akkor $(1991^m - 1)$ -et két p -edik hatvány különbségeként szorzattá alakítva az első tényező $(1991^{2^k} - 1)$, a második tényező pedig páratlan, így $f(m) = f(2^k)$, ahol tehát a k a 2 kitevője az m prímfelbontásában.

Mármost $1991^{2^k} - 1$ szorzattá alakítható a következőképpen:

$$(1) \quad (1991^{2^{k-1}} + 1)(1991^{2^{k-2}} + 1)\dots(1991 + 1)(1991 - 1).$$

Ha $r > 0$ és páros, akkor $1991^r + 1$ osztható 2-vel, de 4-gyel nem, hiszen $1991^r + 1 = (1992 - 1)^r + 1$ a 4-gyel osztva 2 maradékot ad. Mivel $1992 = 2^3 \cdot 249$, $1990 = 2 \cdot 995$, ezért a fentiek alapján

$$f(2^k) = \begin{cases} 1, & \text{ha } k = 0, \\ k + 3, & \text{ha } k > 0. \end{cases}$$

Ez azt jelenti, hogy ha k jelöli az m kitevő prímtényezős felbontásában a 2 kitevőjét, akkor $k = 0$ – tehát páratlan m kitevő esetén – a keresett $f(m)$ kitevő értéke 1, egyébként pedig $k + 3$.