Minden $n \geqq 2$ esetén megadunk n különböző *pozitív* egész számot úgy, hogy teljesüljön rájuk a feltétel. A számokat az n-re vonatkozó teljes indukcióval állítjuk elő.

Ha $n = 2$, akkor az 1, 2 számokra nyilván teljesül a feltétel. Legyen most $n \geqq 2$, és tegyük fel, hogy a különböző $a_1,\ a_2, \ldots,\ a_n$ pozitív egészekre fennáll, hogy

$$(a_i - a_j)|(a_i + a_j)$$

minden $1 \leqq i < j \leqq n$ esetén. Megmutatjuk, hogy e számok felhasználásával miképpen adható meg $(n+1)$ darab megfelelő pozitív egész.

Válasszuk ki az $a_1,\ a_2, \ldots,\ a_n$ számok egy olyan K közös többszörösét, amely ezen kívül még a fenti a_i számok közül bármelyik kettőnek a különbségével is osztható. Ilyen K szám nyilván létezik, például ha m jelöli a fenti a_i számok legnagyobbikát, akkor $K = m!$ megfelelő.

Legyen ezután $b_i = a_i + K$, ha $1 \leqq i \leqq n$ és legyen még $b_{n+1} = K$. Ezek a számok, $b_1,\ b_2, \ldots,\ b_n,\ b_{n+1}$, nyilván különböző pozitív egészek.

Ha $\max(i, j) \leqq n$, akkor

$$b_i - b_j = a_i - a_j \quad \text{és} \quad b_i + b_j = a_i + a_j + 2K,$$

illetve

$$b_i - b_{n+1} = a_i \quad \text{és} \quad b_i + b_{n+1} = a_i + 2K.$$

Mivel K többszöröse $(a_i - a_j)$-nek és a_i-nek, ezért az indukciós feltételt is használva

$$(a_i - a_j)|(a_i + a_j + 2K),$$

illetve a nyilvánvaló $a_i|a_i$ miatt

$$a_i|(a_i + 2K);$$

a megadott b_i számok tehát valóban megfelelők.

Megjegyzés. Mivel egy megfelelő szám-n-es minden részhalmaza is ilyen, ezért minden szám-n-es megkapható a feladat konstrukciójától eltérő módon is: úgy, hogy egyetlen számból kiindulva újabb és újabb számokkal ***bővítjük*** az addig meglévő számok halmazát úgy, hogy eközben az előírt oszthatóságok mindegyike teljesüljön.

Ebből azonban még nem következik, hogy egy megfelelő szám-n-es tovább bővíthető. A megoldás során sem tettük ezt, mert nem is tehettük volna: ez az állítás ugyanis nem igaz. Ellenkező esetben ugyanis léteznie kellene *végtelen elemű* megfelelő számhalmaznak is, ilyen azonban nyilván nincsen. Ha ugyanis t egy ilyen halmaz tetszőleges eleme lenne, akkor az előírt

$$(a_i - t)|(a_i + t),$$

illetve a nyilvánvaló

$$(a_i - t)|(a_i + t),$$

oszthatóságokból $(a_i - t)|2t$ következik, és ez csak véges sok a_i-re teljesülhet, ha $t \neq 0$.