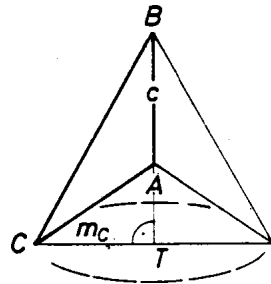
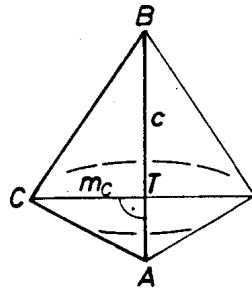
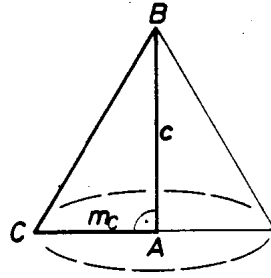


Jelöljük a háromszög oldalait és magasságait a szokásos módon a, b, c, m_a, m_b, m_c -vel. Ha a háromszöget egyik oldalegyenese körül megforgatjuk, akkor a keletkező test vagy egy körkúp, vagy két körkúp összege vagy különbsége, attól függően, hogy a háromszögnek a forgástengelyre illeszkedő szögei között nincs tompaszög, illetve van. A keletkező test térfogata az egyes esetekben (az *ábra* jelöléseit használva):



$$V_1 = \frac{\pi}{3} \cdot AC^2 \cdot AB = \frac{\pi}{3} \cdot m_c^2 \cdot c,$$

$$V_2 = \frac{\pi}{3} \cdot CT^2 \cdot AT + \frac{\pi}{3} \cdot CT^2 \cdot BT = \frac{\pi}{3} \cdot m_c^2 \cdot c,$$

$$V_3 = \frac{\pi}{3} \cdot CT^2 \cdot BT - \frac{\pi}{3} \cdot CT^2 \cdot AT = \frac{\pi}{3} \cdot m_c^2 \cdot c.$$

Tehát ha a háromszöget a c oldal egyenese körül forgatjuk, akkor a keletkező test térfogata minden esetben $\frac{\pi}{3} \cdot m_c^2 \cdot c$. Ugyanúgy $V_a = \frac{\pi}{3} \cdot m_a^2 \cdot a$ és $V_b = \frac{\pi}{3} \cdot m_b^2 \cdot b$. Ezeket eredeti egyenlőségünkbe helyettesítve, majd rendezve kapjuk, hogy:

$$(1) \quad \frac{1}{m_a^4 \cdot a^2} = \frac{1}{m_b^4 \cdot b^2} + \frac{1}{m_c^4 \cdot c^2}.$$

Ha a háromszög területe t , akkor $16t^4 = m_a^4 \cdot a^4 = m_b^4 \cdot b^4 = m_c^4 \cdot c^4$. Ezt felhasználva (1)-et így írhatjuk:

$$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2},$$

vagyis:

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

Ebből Pitagorasz tételének megfordítása alapján következik, hogy az a oldallal szemközti szög derékszög; tehát a háromszög legnagyobb szöge 90° -os.