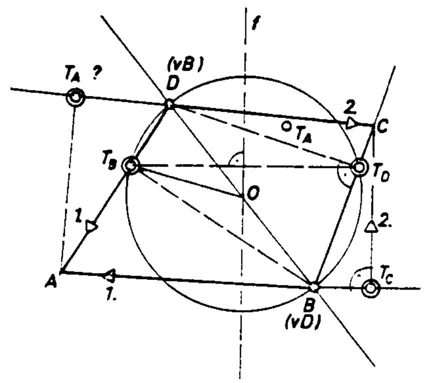
Tekintsük a feladatot megoldottnak. Jelöljük a négy merőleges talppontját T_A, T_B, T_C, T_D-vel. A BT_BD és a BT_DD szögek a T_B és a T_D pontok definíciójából következően derékszögek, ezért a T_B és T_D pontok rajta vannak a BD szakasz Thalész körén. A T_BT_D szakasz ennek a körnek húrja, BD pedig átmérője, így T_BT_D felező merőlegese átmegy BD felezőpontján.



Ezek alapján a szerkesztés a következőképpen indul: Megszerkesztjük a T_BT_D szakasz felező merőlegesének és a BD átló egyenesének O metszéspontját. Az O középpontú, OT_B sugarú kör kimetszi a BD átló egyeneséből a B és D csúcsokat. A DT_B és a BT_C egyenesek metszéspontja adja a négyszög A, a BT_D és az AB-re T_C-ben állított merőleges egyenesek metszéspontja pedig a négyszög C csúcsát.

A szerkesztésből következik, hogy T_B, T_C és T_D megegyezik a B-ből DA-ra, C-ből AB-re és D-ből BC-re bocsátott merőlegesek talppontjával. A T_A pontot viszont a szerkesztésnél nem használtuk, a négyszöget meghatározza a BD egyenes és a T_B, T_C, T_D pontok megadása. Ezért a feladatnak csak akkor van megoldása, ha az ezen adatokból szerkesztett $ABCD$ négyszögben az A-ból CD-re bocsátott merőleges talppontja egybeesik az adott T_A ponttal. Ezt az illeszkedési feltételt minden esetben külön meg kell vizsgálnunk. A B és a D pontoknak elvben 0, 2 vagy végtelen sok lehetséges helyzete van, attól függően, hogy T_BT_D felező merőlegese és a BD egyenes párhuzamos (ekkor 0), metszi egymást (ekkor az O középpontú, OT_B sugarú kör és a BD egyenes mindkét metszéspontja lehet B is és D is), vagy egybeesik (ekkor O tetszőleges). A megoldások száma azonban minden esetben 0 vagy 1.

Megjegyzések. **1**. A szerkesztési feladatokhoz mindig hozzátartozik annak a vizsgálata, bogy a megszerkesztett alakzat mindenben eleget tesz-e a feladat feltételeinek. Ebben a feladatban ezt a beküldők nagy része elmulasztotta, nem vette észre, bogy a feladat a szükségesnél eggyel több adatot tartalmaz, ezért általában megoldhatatlan. Akik ezt elmulasztották, azok megoldása hiányos.

2. Más gondolatmenetek annak felismerésére, bogy „az adatok" összeférhetetlenek, vagy „számfölötti" van köztük.

A B és D csúcsok ismeretében *egyszerre* vált lehetővé a négy oldalegyenes berajzolása, a BT_D, azaz BC, a BT_C, azaz BA, a DT_A, azaz DC és a DT_B, azaz DA egyenesé. Ezek páronként egyértelműen kijelölnek egy-egy pontot A, ill. C szerepére, de kérdés marad, hogy az így adódó AT_A, CT_C egyenes valóban merőleges-e CD-re, ill. AB-re.

Változat a megoldásbeli úthoz csatlakozva: a C csúcs meghatározásához harmadik „ajánlkozóként" fellép az AB-re T_C-ben emelt merőleges (itt az A-t előbb kaptuk). Ha ez a trió egy ponton megy át, akkor az egyikük fölösleges, különben pedig ellentmondás lép fel.

3. A diszkussziót elmulasztók némi „mentségére" fel lehet hozni, hogy $1+4=5$ adat volt, mint amennyi akkor szükséges, ha méretes adatokból, szögekből és hosszúságokból szerkesztünk négyszöget (az egyik átló révén keletkezett háromszögek közül az elsőhöz 3, a másodikhoz a közös oldal miatt csak 2). Persze, ha a követelményben előfordul a deltoid, trapéz, paralelogramma, rombusz, téglalap vagy négyzet szó valamelyike, vagy valamiféle módon a „derékszög" szó, emiatt a szükséges adatok száma csökken. Ebben a feladatban a „merőleges" szóval szintén volt *szög-követelmény* is, de illeszkedési, helyzeti előírás is, az átló egyenese pedig kizárólag *helyzeti követelmény.*

Ilyenkor mindig az a „nagyobb szabály" lép érvénybe, hogy esetenként alkalmas módon egybe kell vetni a követelményeket.