Mivel egy sakkparti két résztvevője 1 ponton osztozkodik, a lejátszott mérkőzések száma egyenlő a résztvevők pontszámának összegével. Ha n játékos jött el az edzésre, akkor a pontok összege és így a mérkőzések M száma:

$$M \leqq n \cdot k. \tag{1}$$

Ha az i-edik játékos p_i darab partit játszott, akkor nyilván

$$M = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i}{2}, \tag{2}$$

hiszen az összegzés során minden egyes partit mindkét részvevője szerint számoltunk. Ha a p_i számok minimuma p, akkor a (2) összeget alulról becsülhetjük:

$$M \geqq \frac{\sum_{i=1}^{n} p}{2} = \frac{n \cdot p}{2}. \tag{3}$$

Egybevetve (1)-et és (3)-at

$$n \cdot k \geqq \frac{n \cdot p}{2}, \text{ azaz } 2k \geqq p,$$

valóban van tehát olyan játékos, aki legfeljebb $2k$ darab mérkőzést játszott.

Az állítás második részét a játékosok számára vonatkozó teljes indukcióval igazoljuk, miközben a k értékét természetesen rögzítjük. Ha $n \leqq 2k+1$, akkor az állítás semmitmondó, hiszen minden egyes játékos külön-külön szobába kerülhet. Legyen most $n \geqq 2k+1$ és tegyük föl, hogy az állítás igaz minden olyan edzés résztvevőire, ahol legfeljebb $n-1$ játékos vett részt. A feladat első része szerint van olyan A játékos, aki legfeljebb $2k$ partit játszott. Ha A-t elhagyjuk és töröljük a mérkőzéseit is, akkor a megmaradó játékosok pontjainak a száma nem nő, így az indukciós feltevés szerint ők elhelyezhetők legfeljebb $2k+1$ teremben a feladat követelményei szerint. Mivel pedig A legfeljebb $2k$ meccset játszott, ezért legfeljebb ennyi teremben ülhet olyan játékos, aki A-val játszott az edzés során. A termek száma viszont több ennél, így a $2k+1$ között van olyan terem – esetleg üres – ahol nincs olyan játékos, aki A-val játszott volna. Küldjük A-t ide, ezzel a kívánt elrendezést n darab játékossal is megvalósítottuk.

Megjegyzés. A feladat állítása éles abban az értelemben, hogy a feltételek teljesülése esetén $(2k+1)$-nél kevesebb terem már nem feltétlenül elegendő. Ha ugyanis $(2k+1)$ résztvevője volt az edzésnek, mindenki játszott mindenkivel, és minden egyes parti döntetlenül végződött, akkor a feltételek nyilván teljesülnek és egyetlen terembe sem kerülhet egynél több résztvevő.