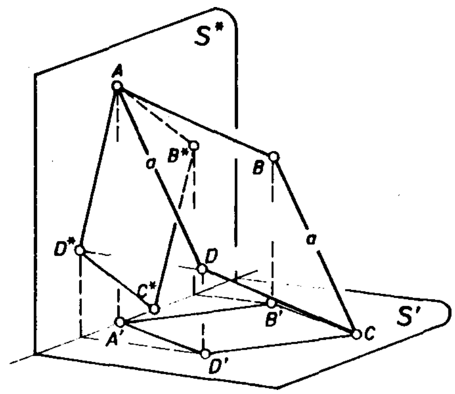
Mivel a négyszög szemközti oldalainak merőleges vetületei a két metsző sík mindegyikén párhuzamosak, ezért a négyszög szemközti oldalai is párhuzamosak, tehát a négyszög paralelogramma. Toljuk el a paralelogrammát úgy, hogy az a csúcsa, amelyik a két sík metszésvonalához a legközelebb volt, illeszkedjék a metszésvonalra. A paralelogramma eltoltjának a síkon lévő vetületei egybevágóak az eredeti paralelogramma vetületeivel.



1. ábra

Jelöljük a paralelogrammának a két sík metszésvonalán lévő csúcsát A-val, az A-tól $\sqrt{5}$ távolságra lévő csúcsát B-vel, az A-val szomszédos másik csúcsot D-vel, az A-val szemköztit C-vel. A B, C, D pontoknak az egyik síkon lévő merőleges vetületei legyenek B', C', D'; a B'-nek és D'-nek a két sík metszésvonalára eső merőleges vetületei pedig B'' és D''. Végül legyen $AD = \alpha$.

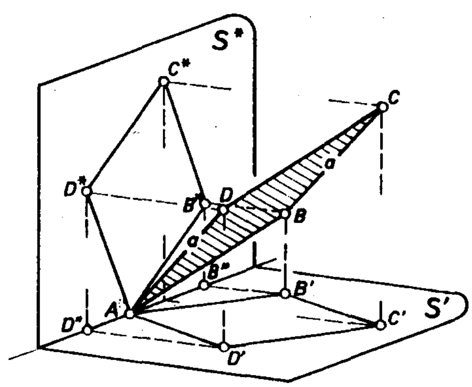
Feltételeink szerint $AB = \sqrt{5}$ és $AB' = 2$, ezért $BB' = \sqrt{AB^2 - AB'^2} = 1$, így B a másik síktól is 1 egység távolságra van, hiszen az AB szakasz vetülete a másik síkon is 2 hosszúságú; ezért $B'B'' = 1$.

Az $AB'B''$ és az $AD'D''$ háromszögek egybevágóak, mert $AB' = AD' = 2$, $AB''B'\sphericalangle = AD''D'\sphericalangle = 90°$ és $B'AB''\sphericalangle = D''D'A\sphericalangle$ merőleges szárú szögek. Így $D'D'' = B''A = \sqrt{AB'^2 - B'B''^2} = \sqrt{3}$. Másrészt a D pont is azonos távolságra van mindkét síktól, ezért $D'D'' = D'D = \sqrt{AD^2 - AD'^2} = \sqrt{a^2 - 4}$. Vagyis $\sqrt{3} = \sqrt{a^2 - 4}$, amiből $a = \sqrt{7}$.

A paralelogramma kerülete tehát $2(AB + AD) = 2(\sqrt{5} + \sqrt{7})$.

Németh Krisztián (Bp., Fazekas M. Gyak.Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján.

Megjegyzések: **1.** Csak azt használtuk ki, hogy az ABD háromszög vetülete a két síkon egyenlő szárú derékszögű háromszög. Ebben a felvételben a négyszög benne van a síkpár egyik szögfelező síkjában. A kívánt tulajdonságú A csúcs azonban a négyszög és a síkok *nem minden* lehetséges helyzetében létezik. Éspedig ha a négyszög síkja párhuzamos a két sík másik szögfelező síkjával. Ilyenkor az A, B, C, D csúcsokra nézve a két síktól mért *távolságok összegei* egyenlők (*2. ábra*). Ilyenkor célszerű áttolni az egyik síkot, hogy menjen át A-n (vagy C-n).



2. ábra

2. Álláspontunkból nézve a vetületek csúcsainak az $A'B'C'D'$ és $A^*B^*C^*D^*$ sorrendben való körüljárásai *az 1. ábrán* ellentétes forgásirányúak, a *2. ábrán* egyezőek.

3. Egyszerű számítással meg lehet mutatni, hogy a *két irányból is egyenlő hosszúnak látszó* AC és BD átlók sem egyenlők, $AC > BD$.