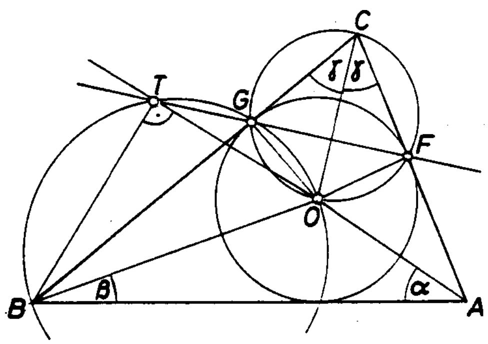
Jelöljük a beírt kör középpontját O-val, a B-ből a szögfelezőre bocsátott merőleges talppontját T-vel, az ABC háromszög szögeit pedig 2α, 2β, 2γ-val.



1. ábra

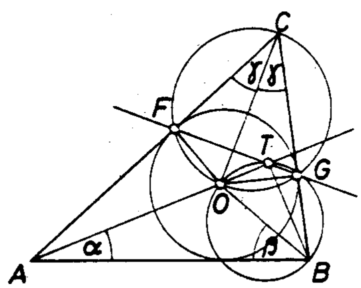
Mivel F és G érintési pontok, ezért $OF \perp AC$ és $OG \perp BC$. Az $OFCG$ négyszög húrnégyszög, hiszen az F-nél és G-nél lévő szögei derékszögek. Az $OTGB$ négyszög is húrnégyszög, mert az OB szakasz G-ből is és T-ből is derékszögben látszik. Mivel O a beírt kör középpontja, ezért az OA, OB, OC egyenesek szögfelezők, vagyis $FCO\sphericalangle = \gamma$, $OAB\sphericalangle = \alpha$, $OBA\sphericalangle = \beta$, így $OBT\sphericalangle = 90° - BOT\sphericalangle = 90° - (OAB\sphericalangle + OBA\sphericalangle) = 90° - (\alpha + \beta) = \gamma$.

Ezek után a bizonyítást a lehetséges esetek szerint három részre bontjuk:

(i) $AB > AC$. Ekkor T az ABC háromszögön kívül van (*1. ábra*). Az $OBTG$ húrnégyszögben B és G szemközti csúcsok, ezért $OGT\sphericalangle = 180° - OBT\sphericalangle = 180° - \gamma$, az $OFCG$ húrnégyszögben pedig $OGF\sphericalangle = OCF\sphericalangle = \gamma$.

Tehát $OGT\sphericalangle + OGF\sphericalangle = 180°$, vagyis a T, G, F pontok egy egyenesen vannak.

(ii) $AB = AC$. Ekkor T és G egybeesnek, állításunk nyilvánvaló.



2. ábra

(iii) $AB < AC$. Ekkor T az ABC háromszög belsejében van (*2. ábra*). Az $OTGB$ húrnégyszögben $OGT\sphericalangle = OBT\sphericalangle = \gamma$, az $OFCG$ húrnégyszögben pedig $OGF\sphericalangle = OCF\sphericalangle = \gamma$. Tehát $OGT\sphericalangle = OGF\sphericalangle$, ezért a G, T, F pontok most is egy egyenesen vannak.

Hegedűs Andrea (Bp., Fazekas M. Gyak.Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján