Rendezzük a számokat nagyság szerint növekvő sorrendbe: legyen $a_1 < a_2 < \ldots < a_{19}$. Megmutatjuk, hogy már akkor is igaz a feladat állítása, ha a fenti sorban csak a szomszédos számok különbségeit vesszük figyelembe. Jelölje ezeket a különbségeket $d_i = a_{i+1} - a_i$, ahol $1 \leqq i \leqq 18$. Ekkor $d_i > 0$, másrészt ezeknek a különbségeknek az összege éppen a legnagyobb és a legkisebb szám különbsége, azaz $d_1 + d_2 + \ldots + d_{18} = a_{19} - a_1$.

Tegyük fel, hogy a $d_i$-vel jelölt különbségek között nincsen három egyenlő szám, azaz minden érték legfeljebb kétszer fordul elő közöttük. Ekkor e tizennyolc szám összege legalább akkora, mint a kilenc legkisebb pozitív egész összegének a kétszerese: $d_1 + d_2 + \ldots + d_{18} \geqq 2(1 + 2 + \ldots + 9) = 90$. Másrészt $a_1 \geqq 1$ és $a_{19} \leqq 90$, ezért $d_1 + d_2 + \ldots + d_{18} = a_{19} - a_1 \leqq 90 - 1 = 89$.

A talált ellentmondás azt jelenti, hogy már a $d_1$, $d_2$, …, $d_{18}$ különbségek között is kell lennie legalább 3 egyforma számnak, a feladat állítása tehát valóban igaz.