A három egyenlet összegéből

$$(x+y+z)^2 = x+y+z,$$

tehát $x+y+z=1$, vagy $x+y+z=0$. Az első két egyenlet különbségéből

$$(x-y)(x+y-2z-1) = (x-y)[(x+y+z)-(3z+1)] = 0, \tag{1}$$

a második és a harmadik egyenlet különbségéből pedig hasonlóan

$$(y-z)[(x+y+z)-(3x+1)] = 0. \tag{2}$$

Ha $x+y+z=1$, akkor (1) illetve (2) az alábbi módon alakul:

$$(x-y)3z = 0 \tag{3}$$

$$(y-z)\cdot 3x = 0. \tag{4}$$

Mivel innen $xy = yz = zx$ következik, ezért, ha x, y és z egyike sem nulla, akkor egyenlők, és mivel 1 az összegük, $x = y = z = \dfrac{1}{3}$. Ha viszont van köztük nulla, akkor pontosan kettő van, és így a harmadik 1. Így további három megoldást kapunk az $\{x,y,z\} = \{0;0;1\}$ egyenlőségnek megfelelően.

Ha $x+y+z=0$, akkor vezessük be az

$$x' = x + \frac{1}{3}, \quad y' = y + \frac{1}{3}, \quad z' = z + \frac{1}{3}$$

ismeretleneket. Ezekre egyfelől $x'+y'+z'=1$, másrészt (1) és (2) most az

$$(x'-y')\cdot 3x' = 0 \tag{3'}$$

$$(y'-z')\cdot 3x' = 0 \tag{4'}$$

alakot ölti. Ez pedig éppen az első esetben kapott egyenletrendszerrel azonos. Az $x' = y' = z' = \dfrac{1}{3}$ megoldásból most $x = y = z = 0$, a további három megoldásból pedig most az $\{x,y,z\} = \left\{-\dfrac{1}{3}, -\dfrac{1}{3}; \dfrac{2}{3}\right\}$ egyenlőségnek megfelelő megoldásokat, kapjuk.

Az egyenletrendszernek tehát nyolc megoldása van; a következő számhármasok:

$$(0;0;0),\ \left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right),\ (1;0;0),\ (0;1;0),\ (0;0;1),\ \left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right),\ \left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right),\ \left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right).$$