

A válasz: nem.

Helyezzük el a Rubik-kockát egy Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben oly módon, hogy a merőleges oldalélek illeszkedjenek egy-egy tengelyre, és válasszuk a kocka egy kis négyzetének élhosszát 1-nek. Ekkor a kocka csúcsainak koordinátái (x, y, z) alakúak, ahol x, y és z egymástól függetlenül a 0 és a 3 értékeket veszik fel.

Vegyük szemügyre a koordináták megváltozását, miközben egy kis négyzet egyik csúcsából az átló mentén átlépünk a szemközti csúcsba. Mivel az átló egy lapon van, egy koordináta változatlan marad, a másik kettő pedig 1-gyel változik: nő, vagy csökken. A koordináták összege ezért páros számmal változik.

Ha tehát összefüggő útvonalat szeretnénk készíteni az átlók mentén, akkor ehhez a lapokat borító kis négyzeteknek csak olyan csúcsait használhatjuk fel, amelyek 3 koordinátájának összege egyező paritású. Másrészt minden ilyen csúcson át kell haladnunk, mert minden kis négyzetnek pontosan 2 azonos paritású csúcsa van, így az adott kis négyzet átlóját a megfelelő paritású csúcspáron át kell megrajzolnunk. Ezért akár páros, akár páratlan koordinátaösszegű csúcsokon keresztül szeretnénk megrajzolni a zárt töröttvonalat, mindenképpen át kell haladnunk a kocka valamelyik csúcsán (hiszen ezek között vannak páros és páratlan koordinátaösszegű pontok is). Ez pedig lehetetlen, hiszen a kocka minden egyes csúcsa három kis négyzet csúcsa; ha egyszer áthaladunk a csúcson, akkor két kis négyzet átlóját rajzoljuk be; a harmadik átló berajzolása után viszont már nem lehet továbbhaladni. A feladatnak tehát valóban nincs megoldása.

Megjegyzés. A bizonyítás nem használja ki, hogy a töröttvonal nem metszheti önmagát. Ezen túl az esetleges nyílt töröttvonal kérdésére is választ ad, ha meggondoljuk, hogy mindkét féle (páros, ill. páratlan koordináta-összegű) csúcsból éppen 4 van a kockán. A feltételezett nyílt töröttvonalnak így a fentiek szerint 4 végpontja lenne, ami lehetetlen. Nem létezik tehát olyan nyílt töröttvonal sem, amely az átlók mentén járja be a kocka lapjait alkotó kis négyzeteket.

Reiff Ádám (Szolnok, Verseggy F. Gimn., III. o. t.) megoldása alapján