

Megoldás. Jelöljük a háromszög oldalait a, b, c -vel, kerületét $2s$ -sel, területét t -vel, a hozzáírt körök sugarait r_a, r_b, r_c -vel, a beírt kör sugarát pedig r -rel. Ismertek a következő összefüggések (bizonyításuk megtalálható pl. a *Geometriai feladatok gyűjteménye I.* 1470-72. feladataiban):

$$(1) \quad s - a = \frac{t}{r_a}, \quad s - b = \frac{t}{r_b}, \quad s - c = \frac{t}{r_c},$$

$$(2) \quad s = \frac{t}{r},$$

$$(3) \quad t \doteq \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Az (1) egyenleteket összeadva kapjuk, hogy

$$s = 3s - a - b - c = \frac{t}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{t}{r_c},$$

vagyis (2)-t felhasználva, majd t -vel egyszerűsítve:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}.$$

A megadott sugarakat helyettesítve $r = 2$ adódik. Szorozzuk ezután össze az (1)–(2) egyenleteket, és alkalmazzuk (3)-t:

$$t^2 = s(s-a)(s-b)(s-c) = \frac{t^4}{r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c}.$$

Ebből $t = \sqrt{r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c} = 30$; ezt (2)-be helyettesítve $s=15$ adódik. A háromszög kerülete tehát 30 egység. Könnyen ellenőrizhető, hogy a feladatban szereplő háromszög létezik, ilyen – és pedig az egyetlen – az a derékszögű háromszög, amelynek befogói 5 és 12, átfogója pedig 13 egység.

Csorba Péter (Győr, Révai M. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján