Megoldás. Ismeretes, hogy ha $g \geqq 2$, akkor a g-alapú számrendszerben felírt A szám pontosan akkor osztható $(g-1)$-gyel, ha a „számjegyeinek” összege – természetesen g alapú számrendszerbeli jegyekről van szó – osztható $(g-1)$-gyel.

Esetünkben igen könnyen kapjuk a megadott számóriás felírását a $g=100$-alapú számrendszerben: az új számjegyek a tízes számrendszerbeli alak jegyeiből kaphatók hátulról kettesével olvasva le azokat; vagyis

$$A = a_0 + a_1 \cdot 100 + a_2 \cdot 100^2 + a_3 \cdot 100^3 + a_4 \cdot 100^4 + a_5 \cdot 100^5 + a_6 \cdot 100^6 + a_7 \cdot 100^7 + a_8 \cdot 100^8,$$

$$\text{ahol} \quad a_0 = 40 + y; a_1 = 64; a_2 = 70; a_3 = 12; a_4 = 98; a_5 = 48; a_6 = 5; a_7 =$$

$= 64; a_8 = 10x + 3$.

A „számjegyek” összege $404 + 10x + y = 4 \cdot 99 + 8 + 10x + y$, tehát az adott szám pontosan akkor osztható 99-cel, ha

$$r = 8 + 10x + y$$

is ilyen.

Mivel $0 < x \leqq 9$ és $0 \leqq y \leqq 9$, ezért $0 < 10x + y \leqq 99$, azaz $8 < r \leqq 107$. A talált határok között csupán egy 99-cel osztható szám van, maga a 99. Így $r = 99, 10x + y = 91$, tehát – a tízes számrendszerbeli alak egyértelműségéből – $x = 9$ és $y = 1$.

Mivel lépéseink megfordíthatók voltak, a fenti választással valóban 99-cel osztható számhoz jutunk.

Simon Gábor (Szolnok, Varga Katalin Gimn., II. o. t.) dolgozata nyomán

Megjegyzés. Sok megoldó két részre bontva a feltételt, külön-külön használta a tízes számrendszerben felírt számok 9-cel és 11-gyel való oszthatóságának ismert feltételeit: egy tízes számrendszerben felírt szám pontosan akkor osztható 9-cel, ha a jegyeinek összege osztható, és pontosan akkor osztható 11-gyel, ha a páros, illetve a páratlan helyiértéken álló jegyeinek összege ugyanazt a maradékot adja 11-gyel osztva, vagyis e két összeg különbsége osztható 11-gyel. Ezek alapján két feltételt kaptak x-re és y-ra, és – helyesen – úgy okoskodtak tovább, hogy egy pozitív egész pontosan akkor osztható 99-cel, ha 9-cel és 11-gyel is osztható.