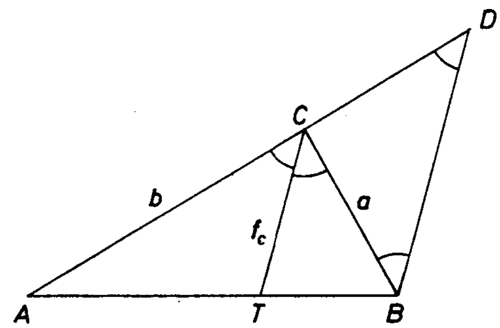
Megoldás. Tekintsük a feladatot megoldottnak. Jelöljük az ABC háromszög oldalait a szokásos módon a, b, c-vel, a C csúcshoz tartozó belső szögfelező és az AB oldal metszéspontját T-vel, a B ponton átmenő, a CT egyenessel párhuzamos egyenes és az AC egyenes metszéspontját pedig D-vel (*1. ábra*).

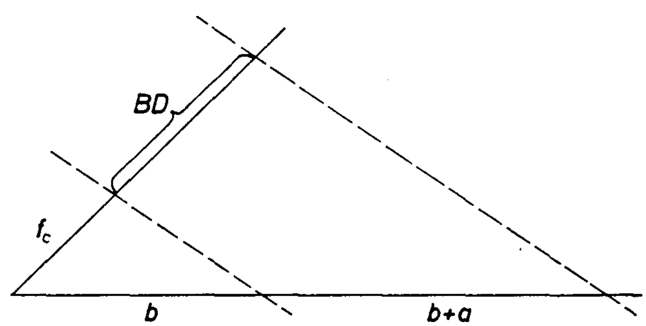


1. ábra

Ekkor $BDC\sphericalangle = TCA\sphericalangle = TCB\sphericalangle = CBD\sphericalangle$, tehát a CBD háromszög egyenlő szárú. Az ATC és az ABD háromszögek hasonlóak, mert megfelelő oldalaik párhuzamosak, így az oldalaik aránya megegyezik: $\frac{DB}{CT} = \frac{AD}{AC}$. Ebből, $CT = f_c$ jelöléssel:

$$BD = \frac{a+b}{b} \cdot f_c.$$

Ezt felhasználva a szerkesztést a következő módon végezhetjük el: Az a, b és f_c szakaszok ismeretében a negyedik arányos ismert szerkesztésével megszerkesztjük a BD szakaszt (*2. ábra*).



2. ábra

Ezután megszerkesztjük a BDC háromszöget, amelynek már mindhárom oldalát ismerjük, majd a DC szakasz C-n túli meghosszabbítására felmérve a b távolságot, megkapjuk az A pontot.

Az így szerkesztett ABC háromszög eleget tesz a feltételeknek, mert a szerkesztés miatt $BC = a$ és $AC = b$, továbbá $ACB\sphericalangle = 2CDB\sphericalangle = 2CBD\sphericalangle$, tehát a C-hez tartozó belső szögfelező BD-vel párhuzamos, ezért hossza $CT = BD \cdot \frac{b}{a+b} = f_c$.

A feladatnak pontosan akkor van megoldása, ha a BCD háromszög megszerkeszthető, vagyis ha

$$2a > \frac{a+b}{b} \cdot f_c;$$

rendezve:

$$\frac{2ab}{a+b} > f_c.$$

Tehát egy megoldás van, ha a szögfelezőnek előírt szakasz kisebb, mint az őt közrefogó két oldal harmonikus közepe, egyébként pedig nincs megoldás.