

$$(1) \quad a^3 + b^3 + c^3 = ab(a + b) - bc(b + c) + ac(a + c).$$

Egy háromszög pontosan akkor derékszögű, ha valamelyik oldalának négyzete megegyezik a másik két oldal négyzetének összegével. Elvégezve a 0-ra redukált (1) jobb oldalán a szorzásokat, majd rendezve:

$$\begin{aligned} 0 &= a^2b + ab^2 - b^2c - bc^2 + a^2c + ac^2 - a^3 - b^3 - c^3 = \\ &= a(b^2 + c^2 - a^2) - b(b^2 + c^2 - a^2) - c(b^2 + c^2 - a^2) = \\ &= (a - b - c)(b^2 + c^2 - a^2). \end{aligned}$$

Mivel a, b, c egy háromszög oldalai, ezért a háromszög-egyenlőtlenség miatt $a - b - c < 0$, tehát az eredeti egyenlőségünk ekvivalens az $a^2 = b^2 + c^2$ egyenlőséggel.